

Dünaamilised süsteemid

Bakalaureusetöö teema (juhendaja Urve Kangro)

Dünaamilised süsteemid on süsteemid, mis muutuvad ajas mingite kindlate reeglite järgi. Näiteks kehade liikumine mingite jõudude mõjul, epideemia areng ajas, mingite populatsioonide suuruste muutumine ajas, ilma muutumine, kliima muutus jne.

Olgu mingi süsteemi olek kirjeldatud n väärtusega x_i , $i = 1, \dots, n$. Olgu kõik need väärtused sõltuvad ühest muutujast, tähistame selle muutuja t (tavaliselt aeg). Oletame, et me oskame koostada mudeli, mis kirjeldab, kuidas süsteem hakkab muutuma, kui ta on mingis olekus. Muutus on kirjeldatav tuletise abil, seega otsitavad funktsioonid peavad rahuldama mingeid võrrandeid, mis üldiselt sisaldavad tuletisi. Tihti on need reeglid kirjeldatavad harilike diferentsiaalvõrrandite süsteemide abil.

Diferentsiaalvõrrandisüsteemi saab üsna üldistel eeldustel teisendada normaalkujule:

$$\begin{aligned}x'_1 &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \\x'_2 &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \\&\dots, \\x'_n &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n).\end{aligned}$$

Lahendi üheseks määramiseks on vaja mingeid lisatingimusi, näiteks süsteemi olekut ajamomendil $t = 0$.

Dünaamiliste süsteemide alal võib teha erinevaid bakalaureusetöid. Teoreetilisemat laadi töös saaks uurida, millist tüüpi lahendeid võib erinevatel süsteemidel esineda. Teatud tingimustel võib tekkida ka kaos (näiteks ilma ennustamise mudelites, kus väikesed erinevused algandmetes võivad põhjustada pikema aja jooksul lahendi täiesti teistsuguse käitumise). Praktilisemat laadi töös võib uurida mingite reaalsete süsteemide modelleerimist ja selle abil tuleviku ennustamist.

Töö kirjutamisel võib kasuks tulla eelnevalt Matemaatilise modelleerimise kursuse läbimine, kus vaadeldakse lähemalt mitmesuguseid protsesse, mida saab kirjeldada dünaamiliste protsesside abil.