

Südamlikud integraalvõrrandid

Bakalaureusetöö teema (juhendaja Urve Kangro)

Südamlikke integraalvõrrandeid on alles hiljuti uurima hakatud, esimesed põhjalikumad käsitlused on G. Vainikko artiklites aastatest 2009 ja 2010. Need on võrrandid kujul

$$u(t) = \int_0^t \frac{1}{t} \varphi\left(\frac{s}{t}\right) a(t, s) u(s) ds + f(t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

kus φ , a ja f on antud ning u on otsitav funktsioon. Tüüpiliselt südamik φ omab iseärasusi: $\varphi \in L^1(0, 1)$ ning a ja f on piisavalt siledad. Kui tavaliste Fredholmi või Volterra integraalvõrrandite puhul on vastav integraaloperaator kompaktne tavalistes funktsiooniruumides (näiteks $C^n[0, T]$), siis südamlik integraaloperaator pole neis ruumides üldiselt kompaktne ning tema omaväärtuste hulk sisaldab mingit piirkonda komplekstasandil. Töös võikski vaadelda, mis on teada selliste integraaloperaatorite kohta erinevates ruumides ning mida saab siit järeldada lahendi olemasolu, ühesuse ja sileduse kohta. Samuti võiks vaadelda erinevaid meetodeid selliste võrrandite lahendamiseks. Töö võib olla nii teoreetilisem, keskendudes põhiliselt integraaloperaatori omadustele, kui ka praktilise kallakuga. Praktilisem töö vaatlaks erinevaid lahendusmeetodeid selliste võrrandite lahendamiseks ning sisaldaks kindlasti ka programmeerimist võrrandite ligikaudseks lahendamiseks arvuti abil. Huvitav oleks uurida ka superkoonduvust südamlike integraalvõrrandite korral, s.t. seda, kas teatud punktides võib lähislahendi koondumine olla kiirem kui kogu piirkonnas.