

Kvaternioonmuutuja funktsioonid

Bakalaureusetöö teema (juhendaja Urve Kangro)

Kvaternioonid on kompleksarvude üldistus neljamõõtmelisele ruumile. Need on arvud kujul $q = w + xi + yj + zk$, kus w, x, y, z on reaalarvud ning

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1.$$

Litmine defineeritakse komponentide kaupa ja korrutamine defineeritakse ülaltoodud seoste abil. Tuleb tähele panna, et kvaternioonide korrutamine pole kommutatiivne, seega kvaternioonid moodustavad kaldkorpuse.

Kompleksmuutuja funktsioonide teooria on väga kasulik vahend erinevates matemaatika valdkondades. Kuid näiteks kolmemõõtmelises ruumis tegutsemiseks jääb sellest väheks. Plaanitava töö eesmärgiks oleks uurida, kui palju kompleksmuutuja funktsioonide teoriast on ülekantav kvaternioonmuutuja funktsioonidele, näiteks kuidas võiks defineerida regulaarsed funktsioonid, milline on Cauchy teoreemi analoog, mis on Tayloriga ja Laurent'i ridade analoogid jne. Kuna korrutamine pole kommutatiivne, siis on paljudel tulemustel kaks analoogi, näiteks diferentseeruvus vasakult ja diferentseeruvus paremalt on erinevad mõisted.

Töö sobib tudengile, kes plaanib kevadsemestril läbida Kompleksmuutuja funktsioonide teooria kursuse. Paralleelselt kursuse läbimisega saab siis vaadelda, mida analoogilist saab teha kvaternioonmuutuja funktsioonidega.

Kvaternioonmuutuja funktsioone on kasutatud muuhulgas ruumis ja ajast sõltuvate funktsioonide puhul. Sel juhul w -koordinaat kujus $q = w + xi + yj + zk$ kirjeldaks aega ning x, y ja z ruumi. Töö edasiseks perspektiiviks võikski olla kvaternioonmuutuja funktsioonide rakendamine elektromagnetismi võrrandite (Maxwelli võrrandite) lahendite ja lahendusmeetodite uurimisel.