

# Liu teoreem Morita ekvivalentsuse kohta

Bakalaureusetöö teema (juhendaja Valdis Laan)

16. september 2022. a.

**Referatiivse** töö eesmärk on anda Liu teoreemi ([1, teoreem 3.7]) üksikasjaline tõestus. See teoreem väidab, et kui poolrühmad  $S$  ja  $T$  on seotud sürjektiivsete kujutustega Morita kontekstiga, siis unitaarsete mittesingulaarsete polügoonide kategooriad üle nende poolrühmade on ekvivalentsed.

Olgu  $S$  poolrühm. Hulka  $A$  nimetatakse *parempoolseks polügooniks* üle poolrühma  $S$ , kui on defineeritud kujutus

$$A \times S \rightarrow A, (a, s) \mapsto aa$$

nii, et iga  $a \in A$  ja  $s, t \in S$  korral  $a(st) = (as)t$ . Sellist polügooni tähistatakse  $A_S$ . Polügooni  $A_S$  nimetatakse

- *unitaarseks*, kui iga  $a \in A$  jaoks leiduvad  $a' \in A$  ja  $s \in S$  nii, et  $a = a's$ ;
- *mittesingulaarseks*, kui iga  $a, a' \in A$  korral

$$((\forall s \in S) as = a's) \implies a = a'.$$

Kõigi unitaarsete mittesingulaarsete parempoolsete  $S$ -polügoonide kategooriat tähistame  $\mathbf{NAct}_S$ .

Morita konteksti definitsiooni võib leida näiteks artiklist [2]. Lühidalt öeldes on see komplekt kahest bipolügoonist ja kahest bipolügoonide homomorfismist, mis rahuldavad teatud kooskõla tingimusi. Morita kontekste on Morita teoorias mugavam kasutada kui ekvivalentsifunktoreid kategooriate vahel.

Kui monoidide korral on selge, kuidas peaks defineerima Morita ekvivalentsuse, siis poolrühmade Morita ekvivalentsuse defineerimiseks on mitmeid võimalusi. Üks võimalus oleks öelda, et poolrühmad  $S$  ja  $T$  on *Morita ekvivalentsed*, kui kategooriad  $\mathbf{NAct}_S$  ja  $\mathbf{NAct}_T$  on ekvivalentsed. Seega Liu teoreem annab piisava tingimuse kahe poolrühma Morita ekvivalentsuseks. See teoreem on väga üldine, sest poolrühmadele  $S$  ja  $T$  ei esitata mitte mingeid lisanõudmisi (faktoriseeruvus, püsivus vmt.).

**Valdkond:** algebra, poolrühmateooria, Morita teooria.

**Märksõnad:** poolrühm, polügoon, kategooria, ekvivalentsifunktor, unitaarne polügoon, mittesingulaarne polügoon, polügoonide tensorkorrutis.

## Viited

- [1] H. Liu, Morita equivalence based on Morita contexts for arbitrary semigroups, *Hacet. J. Math. Stat.* **45** (2016), 1083–1090.
- [2] V. Laan, Acceptable Morita contexts for semigroups, *ISRN Algebra*, vol. 2012, article ID 725627, 2012, 5 pages.