Intervallanalüüs ja rakendused juhtimisteoorias

Intervallanalüüs ning intervallaritmeetika tegelevad juhtumitega, kus parameetrite või muutujatega väärtused on lõigud reaalarvude hulgal, mitte reaalarvud. Vajadus taolise matemaatika järele tuleneb sellest, et praktilistel juhtudel ei ole tihti teada parameetrite või muutujate täpsed väärtused. Näiteks, füüsikas tehtavad mõõtmised tulevad alati mingi veaga ning intervallaritmeetika võimaldab arvutustes seda viga automaatselt arvesse võtta. Antud töös mõistame intervalli all lõiku $X = [\underline{X}, \overline{X}]$, kus $\underline{X} \in \mathbb{R}$ ja $\overline{X} \in \mathbb{R}$. Seega, taoliste intervallide hulka saame vaadata kui reaalarvude üldistust. Tihti mõistame intervalli all ka hulka $\{x \in \mathbb{R} | \underline{X} \leq x \leq \overline{X}\}$. Peamised intervallidega tehtavad tehted ongi defineeritud just vastavate hulkade kaudu. Oluline on, et intervallaritmeetikas mitmed teada tuntud tulemused ei vasta enam tõele. Näiteks, $X - X \neq 0$ ja distributiivsuse reeglid ei kehti.

Intervallanalüüsis tegeleme peamiselt intervallfunktsioonidega. Olgu antud funktsioon $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, siis meid huvitab peamiselt hulk $f(X) = \{f(x) | x \in X\}$, kus X on intervall. Funktsiooni $f(x)$ intervall-laiendus $F(X)$ defineeritakse selliselt, et reaalarvulise argumendi korral $F(x) = f(x)$. Paneme tähele, et üldiselt $F(X)$ ei ole võrdne hulgaga $f(X)$. Näiteks intervallfunktsioon $F(X) = X \cdot X$ on funktsiooni $f(x) = x^2$ intervall-laiendus, aga intervalli $X = [-1, 1]$ korral saame $F(X) = [-1, 1] \supset [0, 1] = f(X)$. Siiski, teatud eeldustel saame alati $f(X) \subseteq F(X)$ ning mõningatel lisaeeldustel saame viia vea $F(X)$ ja $f(X)$ vahel nii väikeseks kui vaja. Seega saame intervallanalüüsi kasutada hulga $f(X)$ lähendite arvutamiseks.

Hea allikas intervallaritmeetika ning intervallanalüüsiga tutvumiseks on

R. E. Moore, R. B. Kearfott ja M. J. Cloud. *Introduction to Interval Analysis.* SIAM, Philadelphia, USA, 2009.

Lõputöö raames on võimalikud erinevad lähenemised. See võib olla peamiselt referatiivne töö, võib tõestada mõningaid intervallaritmeetika omadusi, võib implementeerida algoritme vabalt valitud arvutiprogrammis, võib keskenduda rakendustele. Mind huvitaks rakendused juhtimissüsteemide teooriast. Näiteks invariantsete hulkade arvutamine või süsteemi olekute hindamine kasutades intervallanalüüsi meetodeid.