

MATEMAATIKA
JA
KAASAEG

22

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

MATEMAATIKA JA KAASAEG

XXII

Metoodilisi materjale matemaatikaüliõpilastele
ja teistele matemaatikat õppijatele

TARTU 1984

Ühiskondlik toimetuskolleegium:

H. Espenberg, U. Kaljulaid, M. Kilp, L. Loone, E. Mitt,
T. Mõls (vastutav toimetaja), K. Soonets, E. Tamme,
A. Tauts, E. Tiit, H. Tõrnpu

Общественная редакционная коллегия:

У. Кальклайд, М. Кильп, Л. Лооне, Э. Митт, Т. Мелс (отв.
редактор), К. Соонетс, Э. Тамме, А. Таутс, Э. Тийт,
Х. Тюрнпу, Х. Эспенберг

Kolm kontseptsiooni matemaatika printsipiide kohta

A. Tauts

Iga matemaatik on tuttav matemaatiliste teooriate ülesehituse põhiliste printsipiidega. Keskse kohal nende printsipiide hulgas on mittevasturääkivuse nõue. Seejuures on jäänud aga lahendamata nende printsipiide eneste päritolu küsimus - ehkki selle üle on palju vaieldud. Selleks aga, et uurida näiteks vasturääkimatuse printsibi päritolu, tuleb endale selgeks teha, mida me vasturääkivuse all mõistame.

Lõpetatud teooriat võib lugeda vasturääkivaks, kui ta sisaldab endas mingi väite tõestust koos selle väite eituse tõestusega. Teooria alustes võivad aga need kaks teineteist välistavat väidet aktuaalsel kujul mitte esineda. Sellegipoolest nimetame teooria aluseid vasturääkivaiks, kui see vastuolu järeldub neist alustest, omab seega potentsiaalset kuju. Küsimust, kas antud teooria alustest järeldub vastuolu või ei, ei saa aga muidu lahendada, kui meil pole ettekujutust deduktiivsest aparatuurist, mille abil järeldusi tehakse. Mingi fakti deduktiivne järeldamine mingitest eeldustest aga omakorda põhineb sellel, et eelduste kehtivus ilma järelduse kehtivuseta on vastuoluline. Siit on näha, et deduktiivse mõtlemise printsipiide päritolu küsimus on tihedalt seotud vasturääkivuse mõiste päritolu küsimusega.

Nendes küsimustes on kolm põhilist kontseptsiooni, mida käesoleva kirjutise autor on tähistanud tähtedega A, B, C. Lubatagu esitada esialgu iga kontseptsiooni üldiseloostus ja alles seejärel vaadelda poolt ja vastuargumente.

K o n t s e p t s i o o n A. Matemaatika printsiibid on olemise kõige universaalsemad printsiibid, mis kehtivad kõigi olemise vormide korral. See asjaolu annab neile printsiipidele paratamatuse iseloomu. Mingi printsiibi tunnetamine tähendab tema kehtivuse paratamatuse tunnetamist. Antud kontseptsioonile on iseloomulik, et selle paratamatuse tunnetamine toimub ainult mõtlemise teel, ilma et tugineks välisinformatsioonile. Tuletame meelde Descartes'i esimest nõuet: „Lugeda tõeseks ainult seda, mis on selgesti ja täpselt mõeldav“. Vaadeldav kontseptsioon nõuaks, et omaks võetud printsiibi paratamatus oleks nii selgesti tunnetatav, et vea võimalus oleks välistatud. Vasturääkivus tähendab siin seda, mida põhimõtteliselt olla ei saa, s.t. võimatut mistahes olemise vormi korral. Tunnetatud vasturääkivus tähendab muldugi seda, et selline võimatus on vigu välistava selgusega näha.

Erinevus intellektuaalsete subjektide vahel võib olla vaid selles, et neil on erinev tase ja madalamal intellektuaalsel tasemel olev subjekt võib tajuda ainult lihtsamaid printsiipe, seevastu aga kõrgemal tasemel olev subjekt opereerib ka keerulisematega. Seega iga printsiip, mille paratamatuse keegi on läbi näinud, on olemisele üldiselt omane, kuid peale antud subjekti poolt tunnetatud printsiipide võib kehtida veel printsiipe, mida ta ei tea. Printsiipi, mis ei ole omane olemise kõigile vormidele, võib paratamatuks pidada ainult vea tulemusena ja sel juhul peab olema rikutud mõtlemise vigu välistava selguse nõue.

Kontseptsioonile A on omane see, et printsiipe loetakse absoluutseteks ja üldisteks kõikide intellektuaalsete subjektide jaoks, lubades individuaalset erinevust ainult selles, kui suurt ja nimelt millist osa kogu absoluutsest ja üldisest tõest keegi tunneb. Ei spetsiaalsed keakkonnatingimused ega organismi konstruktsioonilised iseärasused ei anna mõtlevale subjektile mingeid erilisi printsiipe. Seega peaksid meil tuntud matemaatika printsiibid olema tuntud ka mistahes teistele mõtlevatele olenditele, asugu nad kosmoses, anti-

maailmas või mõnes muus väga erinevas looduses, kui ainult nende mõtlemise tase on küllalt kõrge. Ei eeldata ka mee-
leorganite olemasolu ega isegi ümbritseva keskkonna või ka
oma organismi tunnetamist üldse.

Filosoofias on kontseptsiooni A pooldajad enamasti ob-
jektiiivse idealismi seisukohtadel, kuna nad lähtuvad mõt-
lemise printsiipide aprioorisusest.

K o n t s e p t s i o o n B. Matemaatika printsiibid
kujutavad endast kogemuste ja tähelepanekute resümeeid ja
üldistust. Tähelepanekud iseenesest on võetud meeleeelundi-
te andmetest ja puudutavad selle keskkonna omadusi, kus an-
tud mõtlej olend on elanud. Vasturääkivus tähendab siin
kõike seda, mis oluliselt erineb kõigest kogetust. See tä-
hendab, et ükski mõtlej olend ei suuda omaks võtta oletust,
mis kvalitatiivselt erineb kõigest sellest, millega ta seni
on kokku puutunud, seetõttu tundubki talle selline ole-
tus vasturääkiv.

Seega kujutavad matemaatika printsiibid ainult infor-
matsiooni antud mõtlejate olendite kogemusliku maailmapildi
kohta. Viimane aga sõltub kahest tegurist: kohalikest loo-
duslikest tingimustest ja olendite endi meeleeelundite tööst.
Keskkonna muutumisel või ka meeleeelundite haarde avardamise
tulemusel võib olend saada täiesti uusi andmeid, mille tõt-
tu ta on sunnitud oma printsiipe revideerima, nii et seni
vasturääkivaks peetu osutub äkki võimalikuks. Siin on olu-
line erinevus kontseptsioonist A, kus kord tunnetatud vas-
turääkivus on absoluutne.

Kontseptsiooni B iseloomustab see, et iga tsivilisat-
siooni mõtlemise printsiibid loetakse olenevaks keskkonna-
tingimustest, milledees see tsivilisatsioon elab, ja andme-
test, mida ta selle keskkonna kohta saab. Kosmose tsivili-
satsioonis, kui seal on tunduvalt teised looduslikud tingi-
mused, peaks mõtlemine olema ka tunduvalt teistsugune. Kuid
isegi sarnastes tingimustes peaksid olendid, kel on mõni
meel rohkem või vähem kui meil, mõtlema teistmoodi, sest
nad tajuvad midagi selles keskkonnas, mida meie ei taju,
või neil jääb tajumata mõndagi sellest, mida tajume meie.

Seevastu aga kõik inimsivilisatsioonid meie planeedil on mõelnud samade printsiipide järgi, sest olend on bioloogiliselt sama ja teda ümbritsev loodus samuti.

Filosoofias on kontseptsiooni B pooldajad enamasti materialismi seisukohtadel, kuna nad eeldavad mõtlemise tingitust materiaalsest maailmast.

K o n t s e p t s i o o n C. Matemaatika printsiibid on tsivilisatsiooni oma vaba looming. Üksikisikule tunduvad need printsiibid endastmõistetavana lihtsalt teda ümbritseva kultuurilise miljöö sugestiooni põhjal. See protsess on sarnane sellega, kuidas inimene läbikäimises teistega võtab omaks oma emakeele grammatika, mis on ilmselt inimeste endi looming. Et matemaatilised printsiibid on rahvusvahelise iseloomuga, seda võib põhjendada sellega, et nende iga ületab tänapäeva rahvuste ja rahvuskeelte ea.

Vasturääkivus on selle kontseptsiooni põhjal lihtsalt ebakõla traditsiooniliseks kujunenud stiiliga. Seega oleks matemaatika midagi kunsti taolist, sest helide harmooniat muusikas ja värvide harmooniat maalikunstis tajub iga koolkond sellisena, nagu see tal on traditsiooniks kujunenud. Seevastu võib teisest kultuurikeskkonnast tulnu leida rohkem harmooniat meie pillide häälestamises kui sümfoonia (väidetakse, et seda on juhtunud).

Kontseptsioon C erineb eelmistest selle poolest, et matemaatiliste printsiipide kokkulangevust on põhjust oodata vaid kultuuriliste kontaktide olemasolu korral. Muistse Atlantise elanikud, kuigi olles meie sarnased inimesed ja elades samasugustes looduslikes tingimustes, pidid hoopis teistsiti mõtlema, sest nendega meie tsivilisatsioonil kummaski suunas kultuurilisi mõjustusi ei ole.

Filosoofias kalduvad kontseptsiooni C pooldajad harilikult subjektiivsesse idealismi, sest nad eeldavad, et kogu mõtlemine on suva küsimus.

Lühidalt võiks iga kontseptsiooni iseloomustada nii : A eeldab absoluutse tõe vahetut tunnetamist, B järgi on matemaatika loodusest maha kirjutatud, C järgi aga vaimu va-

ba looming.

Kuidas kontrollida, milline nendest kontseptsioonidest on õige? Kontseptsiooni A kontrollimiseks oleks kõige parem, kui õnnestuks võtta kontakt mõne tsivilisatsiooniga teistsugusest elukeskkonnast kui meil. Kui võõra tsivilisatsiooni matemaatika on samasugune kui meil, siis on kontseptsioon A tõepärane. Sellist tsivilisatsiooni ei ole aga teada ja meil ei ole ka mingit ettekujutust sellest, kuidas kontakt sellise tsivilisatsiooniga üldse võimalikuks saaks. Praegusel ajajärgul planeeritavad kontaktlotsingud rajanevad kõik eeldusel, et vastaspooltel kehtivad samad loodusseadused.

Et otsustada vaidlust kontseptsioonide B ja C vahel, oleks vaja leida mingi maine küllalt kõrgeltarenenud inimsivilisatsioon, millel meie tsivilisatsiooniga mingeid kontakte pole olnud. Praegusel momendil on kogu maailmas matemaatiline mõtlemine ühtlustunud alludes mõjudele, mille algallikad on Vahemere ääres. Kui pöörduda minevikku, siis parimaks näiteks meist täielikult eraldatud tsivilisatsioonidest on maiade tsivilisatsioon. Nende matemaatika oli küllalt kõrgel tasemel, kuid paraku teame sellest matemaatikast vaid üksikuid selliseid tulemusi, mis on meie formuleeringutesse ülekantavad. Arusaadavalt on need tulemused meie omade sarnased või vähemalt meie printsiipidega kooskõlas.

Siin tekibki kahtlus, kas meie printsiipidele mittealluv mõttekäik üldse saabki olla meie käsutuses selles mõttes, et me tema kui mõttekäigu ära tunneksime. Tõenäoliselt peaksime seda lihtsalt müstikaks, unustades, et meie endi mõttekäik (äärmiselt korrektne meie mõiste järgi) võib jälle vastaspoolele tunduda müstikana. See asjaolu on midagi keelebarjääri taolist, ainult siin on tõlkimine põhimõtteliselt võimatu, sest ühe keele mõistele teises keeles vasted puuduvad.

Tugev argument kontseptsiooni C vastu on asjaolu, et matemaatika ja loodusmõisted on kooskõlas. See asjaolu on seletatav niihästi kontseptsiooni A kui B seisukohalt, kuigi seletused on täiesti erinevad. Kontseptsiooni B järgi see ei saagi teisiti olla, sest matemaatika on loodusest maha

kirjutatud. Ebakõla võiks tekkida vaid mõne senitundmatu loodusnähtuse puhul, mida me mahakirjutamisel ei saanud arvesse võtta. Kontseptsiooni A põhjal kujutavad aga matemaatika printsiibid endast niivõrd universaalseid olemise seadusi, et loodus lihtsalt on sunnitud neile alluma. Kuna kontseptsiooni A põhjal kannavad meie poolt tunnetatud printsiibid paratamatuse iseloomu, siis loodusel lihtsalt pole teist võimalust kui olla nende printsiipidega kooskõlas. Meie mõtlemine ja loodus, olgugi teineteisest sõltumatu, peavad olema selle ainuvõimalikkuse tõttu ühtsed.

Siiski ei jää kontseptsiooni C pooldajad täiesti abituks selle argumendi ees. Nad võivad väita, et looduse vaatlemine allub samasugusele sugestioonile nagu matemaatiline mõtleminegi. Seega me näeme looduses seda, mida me arvame seal nägevat. Põhjenduseks võib tuua võrdluse, et keskajal, kui teooria ütles, et peaingel Miikael käib tulise mõõgaga ringi, siis oli see teooria ka vaatlusandmetega kooskõlas, sest neid inimesi ei olnud vähe, kes Miikaeli oma silmaga olid näinud. Inimest, kes tänapäeval selliseid asju näeb, kiputakse pidama vaimuhaigeks, kuid kas tõesti koosnes kogu tolleaegne Euroopa vaimuhaigetest? Ilmselt olid nad vaimselt terved, kuid nägid usu sugereerival mõjul nägemusi. Miks ei või tänapäeva teadus samasugune sugereeriv usk olla? Asjaolu, et aeg-ajalt saame eksperimentaalseid andmeid, mis vana teooriaga kokku ei sobi ja uut teooriat nõuavad, võiks seletada sellega, et psühholoogilistel põhjustel on vana usk nõrgaks läinud ja uue usu jaoks soodne pind tekkinud.

Ka kontseptsiooni B vastu võib mõningaid vastuväiteid esitada. Teatavasti füüsikaline maailm ei ole tasane, s.t. ei allu täielikult eukleidilisele geomeeriale. Sellest hoolimata vaadeldi paari tuhande aasta jooksul ruumi eukleidilise geomeetria positsioonidelt, kuni täpsemad vaatlused sundisid füüsikuid sellelt positsioonilt taanduma. Tavaliselt õigustavad kontseptsiooni B pooldajad seda sellega, et eukleidiline geomeetria rahuldab vaatlusi selleaegse mõtlemistäpsuse piirides. Kuid ikkagi, kui me ainult loodusest

maha kirjutame ilma mingi eelneva tendentslikkuseta , kui loodus meile selleks põhjust andnud ei ole, ning eksides ainult ebatäpsuste tõttu vaatluses, siis võiks viga toimuda ühesuguse tõenäosusega igas suunas. Seega oleks sama kergesti kui tasase maailma teooria võinud antiikmaailmas tekkida ka teooria, mis näitab maailma kõverust poole suuremana kui ta tegelikult on. Väidetakse vastu, et ruumikõveruse mõistet ei olnud olemas, kuna ei olnud mingit põhjust seda mõistet sisse tuua. See aga tähendab, et geomeetria ilma ruumikõveruse mõisteta on inimesele kuidagi lihtsam ja loomulikum kui geomeetria, kus selline mõiste on olemas. Järelikult mingi tendentslikkus siiski on: ilma tungiva vajaduseta mõisteid mitte tarvitusele võtta. Nii lihtsalt sõnastatud tendents siiski alati kriteeriumi ei anna. Näiteks tuleb matemaatilise analüüsi aluste rajamisel teha valik kahe mõiste sissetoomise vahel: kas positiivne lõpmaata väike suurus, mis on väiksem igast positiivsest ratsionaalarvust, või reaalarvude muutumise protsess. Siin on juba vaieldav, kummal juhul saadakse lihtsam maailmapilt.

Niisiis lisaks kooskõlale vaatlusandmetega nõutakse teoorialt veel midagi, mida võiks nimetada loogiliseks lihtsuseks, loomulikkuseks või harmoonilisuseks. Kui eeldada, et kalduvus teooriaid lihtsuse ja harmoonilisuse järgi eelisjärjekorda panna on aprioorne, räägib see vastu kontseptsioonile B, mille kohaselt kõik peab olema loodusest maha kirjutatud. Seetõttu peavad kontseptsiooni B pooldajad oletama, et kalduvus üht teooriat teisest lihtsamaks või loomulikumaks pidada on samuti loodusest võetud. Näiteks nii, et kuigi tasane ja pisut kõver maailm on vaatlusandmetega ühtviisi kooskõlas, on juba enne ruumiküsimuste juurde asumist võetud loodusest ka midagi muud, mis teeb meie mõtlemises tasase ruumi loomulikumaks kui kõvera.

Kontseptsiooni C pooldajad seletavad inimese kalduvust teha teooriate vahel eelistusi nende loogilise harmoonia alusel lihtsalt kultuurilise keskkonna sugereeriva toimega, mis annabki inimesele tendentslikkuse. Kontseptsiooni A pooldajad seletavad aga asja nii, et olemise vormidel on

oma absoluutne loogiline hierarhia, milles näiteks eukleidiline geometria on primaarsem kui mitteukleidiline. Intellektuaalne subjekt oma mõttetöoga omandab kõigepealt primaarsemad olemise vormid, et siis vormide hierarhias kõrgemale tõusta. Põhjendusena võiks siin tuua, et inimene jõudis eukleidilise geometria juurest mitteukleidilise geometriani üksnes mõistuse abil ja seda enne, kui füüsika mitteukleidilist geometriat vajama hakkas.

Üldse räägib kontseptsiooni A kasuks tugevasti niisuguste matemaatiliste teooriate tekkimine, mis hoopis hiljem vaatlustulemuste tõlgendamisel rakendust leiavad, tekkimise momendil aga näivad ainult mõttemänguna. Kontseptsiooni B seisukohalt on seda nähtust raske seletada. Kui matemaatika on loodusest maha kirjutatud, kuidas saame siis maha kirjutada leheküljelt, mida me veel ei ole näinudki? Kontseptsiooni C järgi võib teooria ja järgneva vaatluse seost seletada teooria sugestiooniga. Kuid seegi võimalus langeb ära, kui vaatlus on teostatud nende poolt, kes teooriaga eelnevalt tuttavad ei ole, sest siin on teooria loomine ja vaatlus teostatud teineteisest täiesti sõltumatult ning kokkusobivus selgub alles hiljem.

Ainult kontseptsiooni A kohaselt on kõik arusaadav. Kuna matemaatika sisaldab üksnes absoluutseid, universaalseid olemise seadusi, siis on ta nende paratamatu iseloomu tõttu määratud ja põhimõtteliselt loodav juba enne vastavaid vaatlusi looduses. Loodus aga allub samadele seadustele muude võimaluste puudumise tõttu ja informatsiooni selle kohta ei ole vaja loodusest võtta. Sisaldab ju teade mingi nähtuse kohta informatsiooni üksnes siis, kui nähtuse toimimiseks on olemas mitu võimalust.

Põhiprobleem, mis kontseptsiooni A pooldajate ette kerrib, on järgmine: kui oletada, et universaalsed olemise seadused on olemas, miks on siis inimesel nende aprioorse tundmise võime? Vastus võiks olla järgmine: evolutsioon on kujundanud inimesele võime otstarbekalt mõelda, kuid lihtsaim võimalus otstarbekalt mõelda on õigesti mõelda. Selgitame seda võrdlusega küberneetikast. Oletame, et me vaja-

me küberneetilist seadet, mis annaks meile juhendeid mingi kindla eesmärgi saavutamiseks mitmesugustes olukordades. Kui esineda võivate olukordade hulk on piiratud, siis on kõige lihtsam panna masinasse täielik valmisretseptide kogu kõigi juhtumite jaoks. Sellist retseptide kogu võiks võrrelda instinktiga, mis on isendil juba tema tekkimisel ette ära määratud.

Kui ülevaade kõikvõimalikest olukordadest puudub, kuid üleminek ettenägematusse olukorda toimub alati küllalt sujuvalt, siis valmisretseptide kogu enam ei rahulda, kuid väljapääsu pakuks masina võime olukorra muutudes katsete ja vigade meetodil uusi retsepte koostada. Sellised endakoostatud retseptid on tingrefleksi ekvivalentiks. Kui aga tahame, et masin korrapealt orienteeruks talle võõras ning ootamatult tekkinud olukorras, siis on parim viis varustada masin arusaamisega olemise üldistest printsiipidest. Kui masina mõtlemise struktuur kopeerib olemise struktuuri, siis saab ta kavatsitava sammu tagajärgi ennustada nende tegeliku proovimiseta. Eksimisevõimalused muidugi jäävad, sest informatsioon uue olukorra kohta ei pruugi küllaldane olla. Siiski välistab niisugune masin variandid, mida põhimõtteliselt ei saa olla. Sellise masina kohta me ütleme, et tal on mõistus. Parim on aga kirjeldatud masin sellepärast, et langeb õige otsuse põhjusel, mille tõttu see otsus tegelikult õige on. Valmisretseptide ja ka proovimise teel saadud retseptide puhul masin teeb õige otsuse ilma et ta ise teaks, miks otsus õige on.

Lõpuks olgu veel märgitud, et teatud mõttes võivad piirjooned märgitud kontseptsioonide vahel ähmastuda. Nimelt, kui ongi olemas absoluutsed olemise seadused, siis konkreetses looduslikus olukorras projekteeruvad nad ikkagi loodusjõudude toimimisviisi vormi, mis määrab meie kujutluse vormi. Sealt edasi projekteerib iga tsivilisatsioon nad veel oma keelde.

(Lõpp lk. 70)

Kaks teoreemi kolmnurga
trigonomeetriast*

U. Alla

Suunatud lõiku punktist A punkti B tähistame \overline{AB} , sama lõigu pikkust tähistame $|AB|$. Kahe samal sirgel asetseva lõigu \overline{AB} ja \overline{CD} suhte $\overline{AB}/\overline{CD}$ all mõtleme nende lõikude pikkuste suhet, mis loetakse positiivseks või negatiivseks vastavalt sellele, kas lõigud on sama- või vastassuunalised. Analoomiliselt mõistetakse lõikude korrutist ja selle märki.

Asetsegu mingil sirgel punktid A, B ja C. Punkti C nimetame lõigu \overline{AB} punktiks $C(\lambda)$, kui $\overline{AC}/\overline{CB} = \lambda$. Seega $C(0) = A$, $C(\infty) = C(-\infty) = B$ ja $C(\lambda)$ on punktide A ja B vahel, kui $\lambda > 0$. Kui aga $\lambda < -1$ või $-1 < \lambda < 0$, siis paikneb $C(\lambda)$ lõigu AB pikendusel vastavalt üle B või üle A. Piirjuhul $\lambda = -1$ saame lõpmata kauge punkti $C(-1)$.

TEOREEM 1. Ühendagu lõik AA_1 kolmnurga ABC tippu A lõigu \overline{BC} punktiga $A_1 = A_1(\lambda)$. Olgu φ nurk, mille üheks haaraks on $\overline{A_1A}$, teiseks aga mingi lõik $\overline{A_1M}$ sirgel BC, kusjuures M on valitud nii, et lõigu $\overline{A_1M}$ suund oleks sama, mis lõigul \overline{CB} (vt. joon.1). Siis

$$\cot \varphi = (\lambda \cot \hat{C} - \cot \hat{B}) / (1 + \lambda), \quad (1)$$

kus \hat{C} ja \hat{B} on kolmnurga nurgad.

Tõestus. Langetame kolmnurga tipust A kõrguse $\overline{AA_0}$ ja paneme tähele, et punktide B, A_0 , A_1 ja C igasuguse asendi puhul kehtib võrdus

* Käesolevas artiklis ja ülesannetes lk. 56 on esitatud Võru amatöörmatemaatiku Uno Alla trigonomeetriaalast loomingu. U.Alla on sündinud 1942. a. Võru rajoonis ja lõpetanud Võru I Keskkooli 1960.a. Ta on avaldanud oma töid väljaannetes "Matemaatika ja kaasaeg", "Kvant" ja "Matematika v škole".

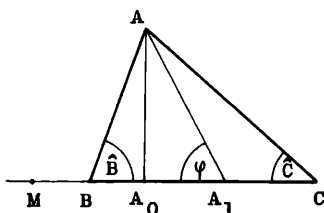
$$\overline{BA_1} \cdot \overline{A_0C} - \overline{BA_0} \cdot \overline{A_1C} = \overline{A_0A_1} \cdot \overline{BC} . \quad (2)$$

Selle võrduse tõestamiseks tuleb asendada lõik $\overline{BA_1}$ summaga $\overline{BA_0} + \overline{A_0A_1}$ ja lik $\overline{A_0C}$ summaga $\overline{A_0A_1} + \overline{A_1C}$.

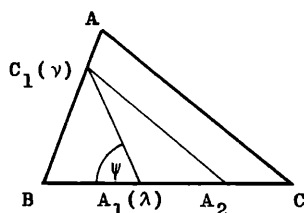
Kui punktid B, A₀, A₁ ja C on joonisel 1 nidatud jrjekorras, siis on ligud $\overline{BA_1}$, $\overline{A_0C}$, $\overline{BA_0}$, $\overline{A_1C}$, $\overline{A_0A_1}$ ja \overline{BC} samasuunalised ning võrdusest (2) jrreldub analoogiline võrdus nende lõikude pikkuste jaoks:

$$|\overline{BA_1}| \cdot |\overline{A_0C}| - |\overline{BA_0}| \cdot |\overline{A_1C}| = |\overline{A_0A_1}| \cdot |\overline{BC}| .$$

Jagame selle võrduse pooli pikkusega $|\overline{AA_0}|$ ning arvestame,



Joon.1.



Joon.2.

et

$$\frac{|\overline{A_0C}|}{|\overline{AA_0}|} = \cot \hat{C} , \quad \frac{|\overline{BA_0}|}{|\overline{AA_0}|} = \cot \hat{B} \quad \text{ja} \quad \frac{|\overline{A_0A_1}|}{|\overline{AA_0}|} = \cot \varphi .$$

Saame vrduse

$$|\overline{BA_1}| \cdot \cot \hat{C} - |\overline{A_1C}| \cdot \cot \hat{B} = |\overline{BC}| \cdot \cot \varphi .$$

Siin on kik lõigud samapidised, seepärast

$$\cot \varphi = \frac{|\overline{BA_1}| \cdot \cot \hat{C} - |\overline{A_1C}| \cdot \cot \hat{B}}{|\overline{BA_1}| + |\overline{A_1C}|} = \frac{\overline{BA_1} \cot \hat{C} - \overline{A_1C} \cot \hat{B}}{\overline{BA_1} + \overline{A_1C}} .$$

Jagades nid saadud võrduse parema poole lugeja ja nimetaja lõiguga $\overline{A_1C}$ ning arvestades, et $\overline{BA_1}/\overline{A_1C} = \lambda$, saamegi seose (1).

Toodud arutluses eeldasime, et kõik lõigud on samasuunalised. Kui mõned lõigud on vastassuunalised, siis tuleb teha tõestuses mõningaid muudatusi, kuid valem (1) jääb kehtima.

JÄRELDUS. Teoreemi 1 tähistuste korral kehtib võrdus:

$$\lambda = \sin(\varphi + \hat{B})\sin\hat{C}/[\sin(\varphi - \hat{C})\sin\hat{B}] .$$

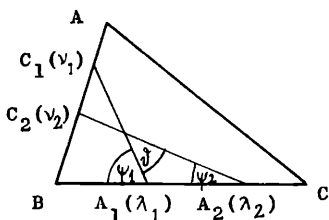
Tõestuseks tuleb avaldada valemist (1) parameeter λ .

TEOREEM 2. Kolmnurga ABC külje \overline{AB} punkti $C_1(\nu)$ ja külje \overline{BC} punkti $A_1(\lambda)$ ühendava lõigu $\overline{C_1A_1}$ ning külje \overline{BC} või selle pikenduse vaheline nurk ψ on määratud seosega

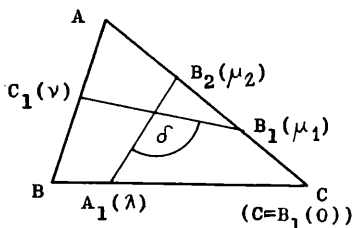
$$\cot\psi = [(1 + \nu)\lambda \cdot \cot\hat{C} - (1 - \nu\lambda)\cot\hat{B}]/(1 + \lambda) \quad (3)$$

(vt. joon. 2).

Tõestus. Joonestame paralleelselt küljega CA lõigu C_1A_2 ja rakendame teoreemi 1 nurgale ψ kolmnurgas BC_1A_2 .



Joon.3.



Joon.4.

Saame

$$\cot\psi = (\lambda_x \cot\hat{C} - \cot\hat{B})/(1 + \lambda_x) ,$$

kus $\lambda_x = \overline{BA_1}/\overline{A_1A_2}$. On lihtne n ha, et

$$\overline{BA_1} = \lambda \overline{BC}/(1 + \lambda) \quad \text{ja} \quad \overline{BA_2} = \overline{BC}/(1 + \nu) .$$

Avaldades nendest v rdustest $\overline{A_1A_2} = \overline{BA_2} - \overline{BA_1}$ leiame, et

$$\lambda_x = (1 + \nu)\lambda/(1 - \nu\lambda) .$$

Paigutades λ_x avaldise $\cot\psi$ valemisse, saamegi teoreemi v ite.

JÄRELDUS 1. Tähistagu $\hat{\nu}$ nurka sirgete C_1A_1 ja C_2A_2 vahel, kus C_1 ja C_2 on kolmnurga ABC külje \overline{AB} punktid $C_1(\nu_1)$ ja $C_2(\nu_2)$ vastavalt ning $A_1 = A_1(\lambda_1)$ ja $A_2 = A_2(\lambda_2)$ on ana-

loogilised punktid küljel \overline{BC} (vt. joon. 3). Siis

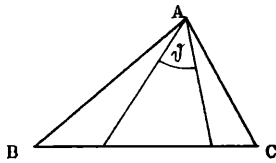
$$\begin{aligned} \cot \vartheta = & [(1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)\cot\hat{A} + (1 - \nu_1\lambda_1)(1 - \nu_2\lambda_2)\cot\hat{B} + \\ & + (1 + \nu_1)(1 + \nu_2)\lambda_1\lambda_2\cot\hat{C}] / \\ & / [(1 - \nu_2 - \nu_1)\lambda_1\lambda_2 - (1 + \nu_1)\lambda_1 + (1 + \nu_2)\lambda_2]. \end{aligned} \quad (4)$$

Tõestus. Valemist (3) saab leida nurgad ψ_1 ja ψ_2 (joon. 3), aga $\vartheta = \psi_1 - \psi_2$. Tõestuse ülejäänud osa jäägu lugejale.

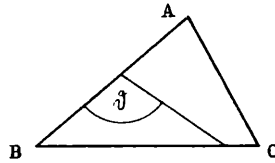
JÄRELDUS 2. Olgu δ joonisel 4 kujutatud nurk. Siis

$$\begin{aligned} \cot \delta = & [(1 + \lambda)(1 - \mu_1\nu)\mu_2\cot\hat{A} - (1 + \mu_1)(1 + \mu_2)\nu\cot\hat{B} - \\ & - (1 + \nu)(1 - \lambda\mu_2)\cot\hat{C}] / \\ & / [1 + (1 + (1 + \mu_1)\nu\lambda)\mu_2 + (\mu_2 - \mu_1)\nu]. \end{aligned} \quad (5)$$

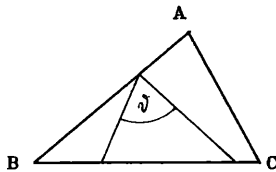
Tõestus on analoogiline eelmise järelduse tõestusele.



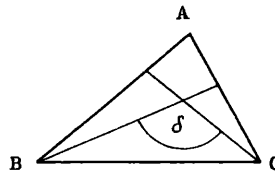
valem (4), $\nu_1 = \nu_2 = 0$



valem (4), $\lambda_1 = 0$



valem (4), $\nu_1 = \nu_2$



valem (5), $\lambda = 0, \mu_1 = 0$

Joon.5.

Valemeid (4) ja (5) saab erijuhtudel tunduvalt lihtsustada. Mõningaid selliseid praktilist huvi pakkuvaid erijuhte on kujutatud joonisel 5.

Minu mälestusi¹

A. Ruubel

Esimestest minuaegsetest matemaatika instituudis töötanud õppejõududest professoritest H. Jaaksonist, G. Rägost, J. Sarvest ja J. Nuudist, kes siis töötas dotsendina, on ol-



Dots. Alma Ruubel

nud juttu juba eespool, püüan nüüd pilti neist täiendada ka hiljem saadud muljete põjal. Ma ei peatu siin nende teadusliku uurimistöö ja väljaspool matemaatika instituuti tehtud töö juures, kuna seda on "Matemaatika ja kaasaaja" veergudel juba valgustatud ja minu mälestused ei saaks siin midagi olulist lisada.

Igaüks neist neljast õppejõust oli omapärane isiksus, oma kindlate iseloomujoontega ja kindlate tõekspidamistega. Loengud olid kõigil laitmatud nii sisu, süsteemikindluse kui ka esitamise poolest. Samal ajal olid nende loengud aga tublisti isikupäraseid. Nii oli

¹ Dots. A. Ruubeli mälestuste algust vt. "Matemaatika ja kaasaeg", XXI, lk. 38 - 50.

prof. H. Jaaksoni ettekanne rahulik, selge ühtlase tempoga, rõhutatud, kuid erilise pastoseta, prof. J. Sarvel vaikne, mõtlik, otsiv, prof. G. Rägol hoogne, selgete rõhutamisega, võrrestitatud vahel ka mõne tabava ja elustava võrdluse või huumorika sõnaga.

Eriti palju aega viibisid matemaatika instituudi ruumides prof. G. Rägol ja prof. J. Sarv. Neid mõlemaid võis näha seal nii hommikul vara kui ka õhtul hilja, mitte ainult tööpäeviti, vaid ka kõige suurematel pühadel.

Prof. J. Sarve loengud olid sisult huvitavad ja sageli ikka ja jälle uues omapärases süsteemis üles ehitatud. Omapärased olid ka terminid ja väljendid. Nii kasutas ta järjekindlalt sõna "tipp" asemel sõna "nukk". Tema loenguid peeti vahel raskepärasteks, kuna need nõudsid oma sisutihe- duse ja lausete mõningase komplitseerituse tõttu pingsat jäl- gimist. Ta armastas vaikset huumorit, mida võis tunda peaaegu kõigis tema väljendites. Kord pöördus ta minu poole, et ma aitaksin tal taskuraamatust üht tema enda kirjutist lugeda. Kui ma siis küsisin, miks ta nii peenelt kirjutab, vastas ta: "Vaadake, mina olen vana inimene, aga tahan veel palju kir- jutada. Suurte tähtedega kirjutamine nõuaks liig palju aega!"

Vestlustes assistentide ja ka üliõpilastega jättis ta alati mulje, et seletab neile kõike suure mõnuga, ja sageli andis veel hiljemgi täiendavaid seletusi, kui oli mingile hea- le mõttele tulnud. Seejuures jättis ta alati tõetsija mulje ja kindlasti oligi seda.

Prof. Sarve eksamid meeldisid mulle eriti selle poolest, et nendele üliõpilastele, kellest võis arvata, et nad hakka- ma saavad, andis ta sageli mõne mittetüüpilise eksamiküsimu- se või ülesande, mida loengutel ega praktikumis läbi ei ol- nud vaadatud. Eksamilt lahkudes võis siis kaasa võtta natu- kene loominguõõmu.

Oma kohustustest J. Sarv ei taganenud ning hoolitses selle eest, et ta ka teisi enda arvel ei koormaks. Näiteks taastamistööil kraavi kaevates töötasid teised õppejõud ja üliõpilased neljakesi rühmas, tema aga mõõtis oma kraaviosa

eraldi välja ja kaevas üksinda, "et teistele mitte liiga teha". Kord oli tal parema käe luu murre. Siis õppis ta kiiresti ära vasaku käega kirjutamise ja ei jätnud ühtki loengut vahele.

Ta armastas lihtsust ja tundis suurt rõõmu, kui sai lihtsate abinõudega midagi valmistada.

Suvepuhkuse veetis J. Sarv oma talus Nõos, kust käis sageli ka matemaatika instituudis. Talle meeldisid mets, maakivid ja lihtsad põllulilled, eriti rukkililled, kuid mitte vaasis, vaid kasvamas.

Prof. Sarv oli julge, aus ja oma taotlustes sirgjooneline.

Prof. Sarv oli tõsiste huvidega teadusemees ja uurija. Teda võis näha matemaatika instituudis ikka midagi lugemas või kirjutamas.

Peale matemaatika oli tema huviobjektiks omapärane mõisteteki ideograafia, kus sümbolid tähendavad mõisteid. Ta ütles, et on lähtunud siin Leibnizi ideest. Oma märkide loomiseks tutvuski ta hiina keelega. Eriti mäletan teda sel alal töötamas sõja ajal. Nende mõistete loomist arutles ta minuga suure huviga. Ta kasutas iga märki kaheksasse asendisse pööratult, kusjuures igale asendile pidi vastama mõiste, mis oma suguluse tõttu lähtemõistega selles asendis loomulikuna tundub. Ta nimetas mind sageli selle pööramisidee andjaks, tõeliselt aga soovitasin mina küll ainult sümbolile liisaks tema pöörd sümbolit. Koos tõlkisime Saksa okupatsiooni ajal sümbolite keelde ka laulu "Suur ja lai on maa, mis on mu kodu".

Prof. G. Rägo oli kindlate vaadetega julge ja iseseisev inimene. Oma taotlustes oli ta sihikindel ja püsiv. Ta oli suurepärase organisator, väga töökas ja oma töösse kiindunud, korranõudlik nii enese kui ka teiste suhtes. Nauding oli vaadata ilusat tahvlit tema loenguil, pliiatsis kirjutatud käsikirja lehti ja jooniseid. Ta oli hea kõnemees nii loengul, koosolekutel esinedes kui ka peoseltskonnas ja harilikus vestluses.

Teda huvitasid rakenduslikud probleemid ja nõudmistes üliõpilastele pidas ta tähtsaks teadmiste oskuslikku rakendamist.

Prof. Rägo pidas kõikides distsipliinides esmajärguliseks põhimõtete head tundmist, "tugevat alusmüüri". Sellest tuleb nähtavasti ka tema suur huvi kooliküsimuste vastu. Ta hindas "oma peaga mõtlemist" ja ei pidanud lugu lihtsalt äraõppimise teel saadud teadmistest. Arvutamisel nõudis ta täpsust "mõistlikkuse piirides", illustreerides liiga suure täpsusega arvutamise mõttetust puuriida kuupsentimeetri täpsusega arvutamise näitel. Ta võttis üliõpilaste vastustes esinenud vigu ja puudusi väga südamesse, siit ka tema üldiselt tuntud suur nõudlikkus eksamil. Peale teadmiste ja oskuste kontrolli eksamineeritavas aines tahtis ja oskas prof. Rägo saada eksamil head pilti ka eksamineeritava võimetest üldse. Ta nõudis ka kirjanduse kasutamise oskust ja osa materjali omandamist kirjanduse järgi.

Prof. Rägo oli aus ja truu oma tõekspidamistele. Ta seadis üldisemad huvid (ülikooli, matemaatika instituudi, jne) alati kõrgemaks isiklikest huvidest. Näiteks ei soovitanud ta kedagi kusagile ametisse enda või sõprade isiklikest huvidest lähtudes, ilma et ta soovitatavat ise oleks hinnanud ja sellele kohale sobivaks pidanud.

Eriti südamelähedased olid prof. Rägole meetodikaküsimused. Loengutel seadis ta endale ülesandeks esmajoonel probleemi ennast ja selle üleskerkimist hästi ja sageli näidatelt selgitada. Ta alustas iga uut probleemi "probleemiseadest". Ka üliõpilastelt nõudis ta vastuste plaanipärast ülesehitust.

Metoodilistele küsimustele pühendas ta suure osa oma ajast. Ka mitte kaua enne surma, kui ta oli juba üsna haige ja töötamine oli tal muutunud raskeks, näitas ta mulle veel omapooli olevat metoodikaõpikut ja ütles: "See on minu elutöö, ma nii väga tahaksin seda lõpetada".

Suhtumises oma instituudi või kateedri inimestesse mäletan prof. Rägot alati sõbraliku, lanke ja mõistvana.

Olen olnud prof. G. Rägo töökaaslane tema juhatusel olevas kateedris või instituudis üle kahekümne aasta. Juba algusest peale usaldav suhtumine ja ergutavalt julgustavad sõnad uurimistöö puhul on teinud töö tema juures alati meeldivaks ja avaldanud vahet mõju ka edaspidiseks.

Prof. H. Jaaksonit tundsin juba alates õpetajate suvekursustest 1919-1920.a., kus ta oli meil õppejõud ja ka kursuste juhataja. Pilt, mille sain temast siis, jäi üldiselt muutumatuks. Ta oli alati rahulik, sõbralik, väga tagasihoidlik, õiglane ja heatahtlik, nõudmistes järjekindel, kuu-lamas tähelepanelik. Ülikoolis oli ta väga sageli seotud administratiivse tööga. Ta oli mitu valimisperioodi järjest ülikooli majandusprorektor, matemaatika-loodusteaduskonna dekaan, üliõpilaskonna kuraator jne. Seepärast nähti teda matemaatika instituudis harvem kui teisi õppejõude. Ta oli siin peamiselt oma loengute päevadel ning kui kusagile kõnetundi ruttamist ei olnud, istus pärast loengut meelsasti õppejõudude toas, suitsetas, töötas natuke mingi teda parajasti huvitava probleemi kallal või vahetas mõtteid kolleegidega neid ühiselt huvitavates teadusliku uurimistöö küsimustes, mis enamikus olid neljavärviprobleemi alalt. Üldiselt tegi ta teaduslikku uurimistööd peamiselt kodus ja, nagu ta ise ütles, rohkem öösiti. Ta armastas lihtsust. Oma suvepuhkuse veetis ta harilikult maal oma vanemate talus, mitte aga kusagil luksuslikus suvituskohas, nagu see oli kombeks. Saksa okupatsiooni ajast mäletan, kuidas me koos teiste matemaatika instituudi õppejõududega Kaagvere metsas endile puid üles töötamas käisime. Ka siin käitus ta tähelepanelikult teiste suhtes. Nõukogude algaastail võttis ta alati osa kõikidest tähtpäevade puhul teaduskonna või matemaatika instituudi liinis korraldatud koosviibimistest, oli väiksemas seltskonnas üsna lõbus ja armastas laulu, kuigi üldiselt jättis vaikse inimese mulje.

Dots. J. Nuut (hiljem TPI professor) oli küllalt sageli matemaatika instituudis, kuid temaga on mul olnud kõige vähem kokkupuuteid. Tema juures pole mul tulnud kuulata loenguid, teha harjutusi ega õiendada eksameid, kuid kuulsin, et ta meeldis üliõpilastele nii loengute poolest kui ka inimesena. Samuti on mul assistendina töötades temaga vähe tegemist olnud, sest enamiku aega töötas tema juures abiõuna R. Aavakivi, kellega koos ta 1936.a. Tallinna siirdus. Esimesed mälestuspildid temast on mul matemaatika õpe-

tajate konverentsidelt, kus ta esines ettekannete ja sõnavõttudega või vestles õpetajatega. Seal nägin teda sagedasti koos professor Rägoga. Alati kaitsesid nad samu seisukohti. Eriti on ta meelde jäänud 1924.a. toimunud õpetajate kongressilt, kus ta esines ettekandega geomeetriast õppeainena ja kus ta valiti Matemaatika Õpetamise Komisjoni (MÕK) liikmeks koos prof. G. Rägo, J. Grüntali, A. Borkvelli ja J. Kuulbergiga. Siis töötas ta alles keskkooliõpetajana. Matemaatika instituudis nägin teda õppejõudude toas arutamas geomeetria aluste küsimusi prof. J. Sarvega või neljavärviprobleemi küsimusi koos prof. J. Sarve või prof. H. Jaaksoniga. Eriti sageli olid nad koos aga prof. G. Rägoga, arutamas ülikooli või keskkooli õppeküsimusi, õpikuid, MÕK-i tööküsimusi jne.

Ta oli kõikide vastu tähelepanelik ja abivalmis. Nõukogude ajal, kui ta Eesti NSV hariduse rahvakomissar oli ja kord Tartus käis, ei unustanud ta järele pärida, kuidas ma oma korteriküsimuse olen saanud lahendada, ja pakkus mulle vajaduse korral oma abi.

Eriti mäletan tema esinemist ühel rahvakoosolekul nõukogude aja alguspäevil Tartus. Ta kõne oli niivõrd asjalikult ja psühholoogiliselt meisterlikult üles ehitatud ja selgesti esitatud, et erines mõjuvõimelt tunduvalt tavalistest.

Tööst TRÜ-s. Aastal 1940 nimetati meie ülikool Tartu Riiklikuks Ülikooliks. Matemaatikaalane õppetöö jätkus endistes ruumides, samuti jäid endisteks õppejõud peale ajutiste abiõppejõudude O.Rünki ja R.Ollino. Nende asemel töötas lühikest aega E.Siidam. Mind määrati nüüd vanemõpetajaks.

Algas ka ühiskondlik töö. TRÜ ametiühingu etteotsa said rektoraadi käskjalg Visnapuu (esimehena) ja praegune prof.A. Humal (abiesimehena). Nad tegid kõik selle heaks, et ülikooli kogu peret koondada ametiühingusse ja et ametiühingu ruumid kujuneksid ülikooli inimestele tõeliseks koduks. TRÜ ametiühing sai endale avarad ruumid Mitsurini tänaval. Need sisustati mugavalt. Ruumides olid ajalehed, seinaleht ja mitmesuguseid mängu vaba aja veetmiseks. Rühmaorganisaatorina tuli mul sageli ametiühingu ruumides käia ja ikka nägin seal inimesi lugemas, vestlemas või mängimas.

Ka Saksa okupatsiooni ajal jäid meie ruumid endisteks. Matemaatika instituudi juhatajaks oli algul

prof. G. Rāgo, hiljem prof. H. Jaakson, kuna prof. Rāgo val-
landati varsti õppetöölt. Matemaatika instituudis töötasid
veel prof. J. Sarv, praegune prof. H. Keres, mina ja ajuti-
ne abijõud B. Punnis. Õppetöö toimus üldiselt nii nagu endi-
ses Tartu ülikoolis, ainult üliõpilaste arv oli sõja ja ras-
kete majanduslike tingimuste tõttu vähenenud. Varem prof. G.
Rāgo poolt loetud ainetest luges teoreetilist mehaanikat H.
Keres, rakendusmatemaatika numbrilisi ja graafilisi meeto-
deid ja rakendusmatemaatika statistilisi meetodeid lugesin
mina.

Suviti pidid käima kõik ülikooli inimesed, s.o. õppejõud,
üliõpilased jt. kaks nädalat Ilmatsalu turbarabas ülikoolile
turvast üles töötamas. Seal töötasime meie ühes, nõukogude
sõjavangid teises vahetuses. Elasime suurtes barakkides, kus
olid magamisruumid kahekordsete naridega, suur söögituba ja
köök. Turvas pilluti käsitsi transportöörile, mis viis ta
turbapressi. Sealt tulid välja suured märjad pikkadel lau-
dadel asetsevad turbapätsid. Ühe pressi juurest viis trans-
portöör pätsid kuivatamisplatsile, teise pressi juurest vee-
ti neid vagonettidega mööda puurõpmeid. Vagonetti lükkasid
kolm inimest. Eriti raske töö oli pressist tulevate turba-
pätside transportöörile panemine. See nõudis jõudu, osavust
ning kiirust. Iga mees sellega hakkama ei saanud.

Ühel suvel töötasime turbarabas samaaegselt prof. J. Sar-
vega. Tema tõstis siis turvast transportöörile, mina vedasin
turvast vagonetiga "troikas", mille keskel käis helilooja E.
Võrk. Üldse tegin turbarabas väga mitmesugust tööd. Toit oli
ülikooli poolt. Koka abilisteks olid mõned turbatöölised. Üli-
kooli poolt saime ka presendist tööriivid. Peale turbaraba tu-
li teha kohustuslikke töid veel ravimtaimede aias ja põldudel.

Endale kütuse saamiseks käisid kõik matemaatika instituudi
inimesed (õppejõud ja instituudi teenija Jaan Laur) ühes-
koos Kaagvere metsas puid lõikamas. Metsatöö oli mulle uus ja
huvitav.

Kui 1944. a. lahingud Tartule lähenesid ja anti käsk lin-
nast lahkuda, sõitsin ma Viljandisse venna juurde ja sealt

edasi Viljandimaale.

Pärast nõukogude korra taaskehtestamist 1944. a. tulin esimesel võimalusel Tartusse tagasi. Pilt linnast oli masendav, terved linnaosad olid purustatud, varemete vahel seisis sageli ainsatena tervelt pikad alasti korstnad. Allesjäänud majadest olid aga paljudel katused osaliselt varisenud ja aknaklaasid purunenud. Ka ülikooli majadest olid paljud hävinud või kannatada saanud, matemaatika instituudi ruumid olid terved. Maja, kus mina enne elasin, oli kaotanud vaid aknaid, korter oli rüüstatud, raamatud lõhutud ja määritud. Seepärast asusin algul elama matemaatika instituudi ruumidesse, mis oli siis küll veel valgustuseta ja kütmata. Meie professorid pakkusid mulle küll kõik endi juures ajutist korterit, ma ei tahtnud aga neid tülitada. Ainult kohvid viisin ma prof. Sarve juurde.

Oli alanud TRÜ taasülesehitamine. Prof. G. Rägo oli haldusprorektor. Tema oma hoo ja energiaga oli ta juba alustanud ülikooli majanduselu korraldamist. See ei olnud kerge, sest vaja oli palju, et ülikooli käima saada. Puudusid igasugused materjalid. Mõletan, kui palju muret ja vaeva valmistas isegi elektrijuhtmete, aknaklaasi ja paberi hankimine. Aknaruudud aga olid katki, elektrijuhtmed seintelt rebitud ja kaduma läinud. Käes oli sügis, kuid puudus küte. Ülikool saadi siiski 1944. a. käima.

Kõik ülikooli inimesed aitasid kaasa nii ülikooli kui ka Tartu linna taastamisel sellel ja järgmistel aastatel. TRÜ inimesed taastasid muu hulgas ka raekojataguse mäe nõlvaku, mis oli tihedalt täis varemeid. Varemetest väljapuhastatud tellised tuli kokku koguda ehitusmaterjaliks.

Matemaatika instituudi asemel hakkasid tööle kaks juba 1940. a. asutatud kateedrit, varsti moodustati nende asemele aga kolm kateedrit. Teoreetilise mehaanika kateedri koosseisu kuulusid juhataja prof. G. Rägo, dotsendi kt. (hiljem dots.) A. Ruubel (mina) ja assistent (hiljem dots.) G. Bichele. Umbes 1946. a. hakkas siin tööle ka praegune kateedrijuhataja prof.

Ü. Lepik, kes siis oli veel üliõpilane. Umbes 1946. a. sai iga kateeder ühe laborandi koha. Teoreetilise mehaanika kateedri laborant oli pikemat aega E. Laas (hilisema nimega Vomm) ja hiljem T. Prükk (Müürsepp). Kateedri vanempreparaatoriks oli A. Siilbek. Matemaatilise analüüsi kateedri koosseisus olid juhataja prof. H. Jaakson, dotsendid (hiljem professorid) G. Kangro ja H. Keres ja laborant L. Karu.

Geomeetria kateedri juhatajaks määrati prof. J. Sarv. Assistentiks sai varsti äsja TRÜ lõpetanud S. Riives, preparaatorina töötas seal M. Protsin. Geomeetria kateedri laborandid vaheldusid sagedasti. Need olid järgemööda V. Jegorov, A. Sootna, A. Viru ja H. Tera. Kateedrid alustasid tööd endistes matemaatika instituudi ruumides, kuhu nüüd paigutati ka marksisimi kateeder. Varsti anti meie kolme kateedri käsutusse maja Burdenko tn. 42. Siin saime endile mugavad ja kateedrite selleaegseid vajadusi küllalt hästi rahuldavad ruumid. Võisime kasutada ka J. Liivi tn. 4 neljandal korrusel olevat suurt auditooriumi.

Umbes 1950. a. paiku anti aga see maja ülikooli õppejõudude korteriteks ja meid viidi üle V. Kingissepa tn. 14/16, iga kateeder ise korrusele. Ruumid, kus loenguid saime pidada, olid nüüd mitmes majas laiali paisatud, nendeks tuli kasutada ka sama maja ja TRÜ peahoone keldrikorruse ruume, mis olid pimedad, rõsked, külmad ja õppetööks väga ebamugavad. Keldriauditooriumides polnud veel ka matemaatika vajadustele vastavaid tahvleid. Neilt päevilt pärineb ütlus: "Et valemil lõppu tahvlile kirjutada, tuleb tema algus ära kustutada".

Et TRÜ alguperioodil rea aastate vältel üliõpilaste arv oli väike, siis oli ka iga kateedri kogukoormus väike, mis ei lubanud kateedri rohkem õppekohti. Et kateedri vähesed õppejõud pidid õpetama kõiki kateedri ette nähtud aineid, siis tuli igal õppejõul loenguid pidada väga erinevates õppeainetes. Eriti kirju oli õppejõu koormus teoreetilise mehaanika kateedris, mille õpetada olid peale teoreetilise mehaanika veel mitmesugused matemaatilised distsipliinid. See koormus oli peamiselt loenguline koormus, kuna väikese üliõpilaste arvu tõttu konsultatsioonide, arvestuste ja eksamite tun-

ie oli vähe. Nii tuli mul teoreetilise mehaanika kateedris lugeda tõenäosusteooriat, teoreetilist mehaanikat matemaatikutele ja mehaanikutele ühe, füüsikutele teise programmi järgi, kõrgemat matemaatikat sisult ja ulatuselt erinevate programmide järgi 5 teaduskonna või osakonna üliõpilastele ja tehelda ka üliõpilaste pedagoogilise praktikaga ja proovitundidega koolides. Õpetasin hiljem veel analüütilist geomeetriat, diferentsiaalgeomeetriat ja kujutavat geomeetriat koos tehnilise joonestamise elementidega.

Need TRÜ-s minu poolt loetud ained moodustavad kokku 27 erisugust semestrikursust osaliselt üksteisest kaugetest distsipliinidest. Niisugune ajajärgu vajadustest ja olukor-rast tingitud õppekoormus nõudis küllalt palju aega loengu-te ettevalmistamiseks ja killustas mõtteid.

Teaduslikku uurimistööd jätkasin sel perioodil rakendus-matemaatika numbriliste ja graafiliste meetodite alal, kus olin kirjutanud ka oma magistri- (kandidaadi-) töö.

Ka ühiskondliku töö vajadus oli sõjajärgsetel aastatel suur. Nii tuli minulgi töötada matemaatika-loodusteaduskon-na ametiühingukomitees aseesimehena ja mitmete sektorite ju-hatajana, naiskomisjonis algul teaduskonna ja siis üleülikoo-lilise naiskomisjoni esimehena kuni EPA-sse täieliku ülemi-nekuni, Punase Risti Seltsis, TRÜ metoodilises nõukogus, raa-matukogu konsultandina, agitaatorina ja ühingus "Teadus".

Peatun siin ühiskondlikku tööd meenutades ainult mõnin-gatel tolele ajale iseloomulikkudel momentidel naiskomisjo-ni tööst, kuna see on vahest praegusele lugejale võõram. Naiskomisjonid tegid tol ajal mitmesugust vajalikku tööd nii omaette kui ka ametiühinguga ühiselt. Üks selle töö lõike oli töö ülikooli töötajate lastega. Neid kutsuti pühapäeviti kokku mängima. Lastest moodustati näitering, kus õpiti näi-dendeid ja deklamatsioone, mis kanti ette lastepidudel. Las-tepidusid korraldati harilikult nääri-, mai- ja oktoobripüha-de puhul ja nad pakkusid lastele suurt huvi. Ühiselt ameti-ühinguga korraldati laste pioneerilaagritesse saatmist ja Vellaveres ülikooli oma pioneerilaagri sisseseadmist. Paljuti

nuväärset tööd TRÜ lastega tegid Virve Ratnik ja Laine Karu.

Valimiste päevadel korraldas naiskomisjon TRÜ valimisjaoskonna ruumides lastetoa, sisustas selle lastekohaselt ja organiseeris valijate lastele valimispäevadel neid huvitavat tegevust. Siin aitasid kaasa ka ülikooli lasteringi lapsed.

Koos ametiühinguga tegi naiskomisjon šeflustööd TRÜ šeflusaluses kolhoosis. Seejuures pidas meie naiskomisjon kontakti kolhoosi naiskomisjoniga, esines seal ettekannetega ja aitas peo korraldamisel.

Et ülikooli töötajaid üksteisele lähendada, hakkas naiskomisjon korraldama nääri-, mai- ja oktoobripühade puhul koosviibimisi nii teaduskonniti kui üleülikooliliselt. Need koosviibimised võtsid suure poolehoidu. Olgu tähendatud, et matemaatika ja mehaanika kateedrite õppejõud võtsid neist alati täies koosseisus osa.

Suursündmuseks oli TRÜ juubel 1952. a. Sellele sõitis palju külalisi, peamiselt NSV Liidu teiste kõrgkoolide esindajaid. Juubelikoosviibimine väliskülalistele koos TRÜ juhtivate töötajatega peeti oblasti nõukogu saalis (praeguses EPA peahoones) oblasti korraldusel. Et suure juubeli pidustustest saaksid osa võtta kõik TRÜ töötajad, korraldas naiskomisjon teise koosviibimise TRÜ ruumides. See peeti ühe päeva võrra varem, sest juubelipäeval läksime, tõsi küll väikesel arvul, oblasti poolt korraldatud peole.

Praegu on niisuguste koosviibimiste korraldamine lihtne: tuleb ainult koostada menüü, anda tellimus mõnele kohvikule või restoranile ja määratud päevaks on kõik valmis. Tol ajal ei saadud valmilt midagi, peolauaks pidime valmistama kõik ise, nii selle umbes 600 osavõtjaga juubelikoosviibimise kui ka teiste koosviibimiste jaoks.

Toiduaineid, mis peolauaks vaja, kauplustest peaaegu ei saadud, ka kaubastult ei õnnestunud neid nimetamisväärset hankida. Tuli osta turult, muretseda kolhoosidest (näiteks liha ja jahu) ja lisada mõnikord ka midagi sellest, mis juhtus olema peokorraldajail endil või mida nad said oma tuttavatelt.

Suuri raskusi oli ka lauanõude saamisega, eriti juubeli-

koosviibimise korraldamisel. Need tuli hankida peamiselt kodudest, kus aga sõjajähaavad veel polnud paranenud.

Kõige selle tööga sai naiskomisjon hakkama ainult tänu sellele, et töötades oli tema ümber aja jooksul koondunud tubli aktiiv, kellele võis kindel olla.

Eriti meeldejääv oli mulle see rõõmus ja lustakas meeleolu, mis valitses meil kõõgis nende tööde puhul, kuigi töötasime magamatult öösiti, mil kõõk vaba, ja päeval oli ametitöö kõrval küllalt juba vaeva nähtud kõõgi eeltöödega.

Üks selle meeleolu alalhoidjaid oma lõbustavate ja hoo-
gustavate naljadega oli energiline töõtaja ja organiseerija Laine Karu. Teistest väsimatutest töõtajatest pidude korraldamisel meenuvad mulle hästi L. Johanson, V. Kaldemäe, E. Lel-
lep, H. Mikk, A. Paas, A. Pastik, P. Piir, A. Raudam, V. Rat-
nik, A. Valmet ja paljud teised.

Üks meeldejäävamaid sündmusi oli luuletaja Anna Haava 90. sünnipäev. Valmistasime temale ise kingitusi ja käisime üli-
kooli naiste poolt teda kodus õnnitlemas. Ta võttis meid vas-
tu väga südamlikult.

Õppetöö kõrval tuli mul umbes kolme aasta jooksul teha ka administratiivset tööd, olgugi et meelsamini oleksin sel-
le asemel teinud teaduslikku tööd.

1950. a. olin lühikest aega matemaatika-loodusteaduskon-
na prodekaan ja hiljem dekaan. Matemaatika-loodusteaduskonda kuulusid siis matemaatika, füüsika, keemia, geograafia, geo-
loogia ja bioloogia osakond koos botaanikaaiaga. Ma tegele-
sin nii prodekaanina kui ka dekaanina rohkem matemaatikute,
füüsikute ja keemikutega, teiste osakondadega töötas peami-
selt loodusteadlasest dekaan või prodekaan, sest ta tundis
oma eriala tõttu nende osakondade tööd ja vajadusi paremini.
Prodekaani koht kadus, sest üliõpilaste arv teaduskonnas
langes alla 500. Kui oleksin üksi dekaaniks jäänud, pidanuk-
sin töötama ka osakondadega, mille tööd ma vähe tundsin ja
millega töö oli oma iseloomult keerukam. Lahkusin dekaani
kohalt.

Nüüd pakuti mulle TRÜ aspirantuuri juhataja kohta õppe-
töö kõrval. Nõustusin, kuigi teadsin, et tööd sellel kohal

tuleb rohkesti. Ülikool vajab palju õppejõude ja lootis neid saada aspirantuuri kaudu, kuid sõjajärgsetel aastatel oli ülikoolis veel vähe lõpetajaid ja mõned neist tuli võtta ka ilma aspirantuurita tööle kateedrite juurde. Vastuvõtt aspirantuuri toimus pealegi suure valikuga ja ülikooli lõpetanute hulgast ei saanud piisavat arvu aspirante. Mul tuli käia Tartu ja teiste linnade asutustes ja käitistes töötajate hulgast aspirante värbamas. Plaani me lõpuks täitsime.

Aspirantuuril ei olnud tol ajal veel täpseid juhendeid aspirantide töö korraldamiseks. Seepärast tuli neid teadusala prorektoril ja aspirantuuri juhatajal koos aspirantide juhendajate ja kateedritega välja töötada.

1951. a. läks prof. J. Sarv ootamatult pensionile. Mind viidi teoreetilise mehaanika kateedrist üle geomeetria kateedri juhataja kohale, kusjuures jäin kuni õppeaasta lõpuni ühtlasi aspirantuuri juhatajaks.

1951. a. asutati TRÜ baasil Eesti Põllumajanduse Akadeemia. EPA rektor R. Antons, kes enne töötas TRÜ-s, rääkis minuga juba samal aastal EPA-sse kujutava geomeetria kateedri juhatajaks tuleku asjus. See koht tundus mulle eriti vastuvõetav, sest pakkus mulle võimaluse anduda oma meelisainele- kujutatavale geomeetria, ülikooli õppeplaanides aga kujutava geomeetria loenguid enam ei olnud. Kateeder saadi avada 1952. a. ja ma asusin selle kateedri juhataja kohale. TRÜ geomeetria kateedrisse, mille koormus oli väike, viidi matemaatilise analüüsi kateedrist üle prof. G. Kangro, kes saigi uueks kateedrijuhatajaks. Mina pidin jääma EPA töö kõrval TRÜ geomeetria kateedri dotsendiks kuni 1955. aastani.

Seega lõppeb 1955. a. minu ülikooliperiood. Hiljem, 1969. aastal kutsuti ja kinnitati mind kolmeks aastaks TRÜ matemaatikateaduskonna teadusliku nõukogu liikmeks.

Ülikooliga seotud meenutuste lõpetuseks paar sõna prof. G. Kangro kohta. Esimesed mälestused G. Kangrost on mul tema üliõpilaspõlvest kodanlikus Tartu ülikoolis. Töötasin siis assistendina. Mulle on meelde jäänud, et ta kirjutas alati head kontrolltööd, koduste ülesannete osas aga, erinevalt enamikust üliõpilastest mingit seletust küsimas ei käinud. Hiljem

puutusin prof. G. Kangroga kokku 1944. a. alates, algul kui naaberkateedri õppejõuga, pärast kui kateedrijuhatajaga. Ta jättis väga tööka, järjekindla, rahuliku, tasakaaluka ja tagasihoidliku inimese mulje. Suhtumises oli ta sõbralik ja tähelepanelik, viibis meelsasti kolleegide seltskonnas.

Tööd EPA-s. Peatun siin peamiselt minu ajal EPA-s kujutava geomeetria alal tehtud töö juures. Nagu eespool juba öeldud, määrati mind 1952. a. Eesti Põllumajanduse Akadeemia vastmoodustatud kujutava geomeetria ja graafika kateedri juhatajaks. Hakkasin siin õpetama kujutavat geomeetriat. Teiseks kujutava geomeetria õppejõuks sai algusest peale vanemõpetaja S. Riives. Masinaehitusliku joonestamise õpetajateks oli kateedris ette nähtud kaks assistenti. Üheks võeti kunstnik A. Leius, teise saamisega oli aga raskusi. Et inseneridel olid tehastes palgad suuremad, siis nad harilikult õppejõuks tulla ei tahtnud. Sõitsin TPI-sse, küsisin sealsetelt õppejõududelt, keda nad lõpetajatest soovitaksid õppejõuks, ja alustasin värbamist. Lõpuks sain kokku leppida R. Soidraga, kes tundis huvi õppe- ja teadusliku töö vastu ja kes palgavahele vaatamata oli nõus tulema. Raskusi oli veel sellega, kuidas teda talle juba määratud töökohast lahti saada. Selle asja ajas korda EPA rektoraat. Nii sai teiseks masinaehitusliku joonestamise õppejõuks R. Soidra. Kateedri laborant oli L. Tuvikene. Hiljem läks R. Soidra üle ehitusmehaanika kateedrisse, kuhu kuulub ka tema põhiline teaduslik uurimistöö. Tema asemele tuli meile tööle V. Treier, kes töötas ühtlasi autode ja traktorite kateedris.

Kateeder kuulus põllumajanduse mehhaniseerimise teaduskonda. Alustasime tööd Vanemuise tn. 46, kus ühe metsandus-teaduskonna kateedri ruumidest anti osa ruume meie käsutusse. Varsti saime endile korralikud kateedri- ja joonestamisruumid EPA peahoones Riia tn. 12, mille EPA siis oli saanud enda käsutusse. Mõlemad joonestamisruumid saime nõuetele vastavalt sisustada. Muret tekitas veel õppeabinõude hankimine. Algul saime ehitusmehaanika kateedrist väikese kogu tehnilisi detaile ja sõlmi, seda kogu tuli aga tublisti ja

pidevalt täiendada. Kõik kateedri liikmed tegid seda suure hoolega, pidades otsest kontakti mitmete tehastega ja kasutades ära hiljem ka tehastes töötavate kaugõppeüliõpilaste abi, selleks et saada vajalikku juba utiiliarvatud esemete hulgast. Joonestamise õppejõud valmistas praktikumitundides demonstreerimiseks ja joonestamisruumi väljapanemiseks ka mitmesuguseid plakateid ja tööjuhiseid. Hiljem saime juurde ka trükitud plakatite komplekte.

Kujutava geomeetria õpetamise näitlikustamiseks ja kergendamiseks tellisime EPA töökojast oma projekti järgi valmistatud kaks pööratavate ekraanidega seadeldist, mida saab kasutada edukalt peaaegu kogu kujutava geomeetria õpetamisel. Kuna nad on jalaga varustatud ja kokkukeeruvad, siis on nad kergesti üleviidavad igasse loengu- või praktikumi-ruumi. Need on kujutava geomeetria põhilisi õppeabinõusid. Valmistasime S. Riivesega koos ka mitmesuguseid muid kujutatavas geomeetrias vajalikke õppeabinõusid, nagu mudelid ja plakateid. Hakkasime välja töötama ja koguma ülesandeid üliõpilastele harjutusmaterjaliks ja kontrolltöödeks. Kateedri koosolekutel arutasime jooksvate küsimuste kõrval ka mitmesuguseid metoodilisi küsimusi.

Kateedri kujundamisele ja metoodilisele tööle kateedris aitas kaasa asjaolu, et olime kontaktis TPI, samuti Riia, Leningradi ja Moskva mõningate eesrindlikumate selle ala kateedrite tööga. See kontakt suurenes hiljem veelgi, kui S. Riives õppis Moskvast aspirantuuris ja kui hakkasid toimuma üleliidulised kõrgkoolide kujutava geomeetria õppejõudude konverentsid.

Kui 1955. a. oli üles kerkinud kateedrite suurendamise probleem, siis ühendati kujutava geomeetria ja graafika kateeder matemaatika kateedriga, mille juhatajaks oli ja jäi esialgu prof. G. Räga. Hiljem ühendati matemaatika kateeder omakorda maakorralduse kateedriga, mõne aja pärast aga lahutati viimasest jälle. Vahetusid 5 korda ka kateedrijuhatajad. Nendeks olid G. Räga, J. Gabovitš, H. Muischneek, A. Astaškin (maakorraldaja) ja H. Vallner. Vahetusid kateedri ruumid ja kaks korda vahetusid ka teaduskonnad, kuhu katee-

der kuulus. Kõige kauem on kateedri juhataja olnud dots. H. Vallner. Tema ajal hakkas matemaatika kateedri profiil kiiresti laienema. Tulid juurde uued uurimisalad programm-õpe, programmeerimine jm. Kateedril tuli ka lepingulisi töid. Nendel uutel aladel töötas energiliselt kateedri juhataja dots. H. Vallner, kes on pidanud palju loenguid ka EPA õppejõududele. Matemaatika kateedri õppejõudude ja nende töö juures ma siin peatuda ei saa.

Pärast kujutava geomeetria ja graafika kateedri ühendamist teiste kateedritega töötasin kuni pensionile minekuni 1968. a. mitmesuguste nimetuste all töötanud ühendkateedri dotsendina ning juhatasin kujutava geomeetria ja graafika sektsiooni kateedris. Sektsioonil oli kateedri üldtööplaani raamides oma tööplan. Peale kateedri üldkoosolekute pidasid sektsioonid oma koosolekuid jooksva õppetöö, õppemethodilise ja teadusliku töö küsimustes. Jätkus õppeabinõude valmistamine ning hangiti juurde ka mõningaid valmis õppevahendeid, nagu joonestamisaparate, Moskva tehases valmistatud kujutava geomeetria mudelite kogu jm.

EPA-s võtsin osa ka EPA üldisest õppemethodilisest tööst. Nii olin kahes teaduskonnas õppemethodilise komisjoni esimees, EPA methodilise nõukogu ja EPA nõukogu liige. Ühiskondlikku tööd tegin veel teaduskonna ametiühingu komitees, Punase Risti Seltsis ja valimistega seoses olevates ülesannetes.

Pensionärina pidasin loenguid õppeülesandel ja võtsin mõningal määral osa ka õppemethodilisest tööst kateedris kuni 1973. aastani.

Kujutava geomeetria ja graafika sektsiooni kuulusime meie S. Riivesega ja masinaehitusliku joonestamise õppejõud, kelledeks viimasel ajal olid E. Ojastu ja V. Tusti. Õppemethodilist tööd kujutava geomeetria alal tegime meie vanemõpetaja (hiljem dots.) S. Riivesega sageli ühiselt. Ühistööna ilmusid EPA väljaandes rotaprindil trükitult kujutava geomeetria kontrolltööde methodiline juhend, mitu koduste harjutusülesannete vihikut ja töö pealkirjaga "Aksonomeetria".

Teaduslikku tööd tegi igaüks meist oma liinis. S. Riives õppis 1957/1960. a. aspirantuuris S. Ordžonikidze nimelises Moskva Avioinstituudis kujutava geomeetria alal tuntud spetsialisti prof. N.F. Tšetveruhhini juhendamisel. Ta kaitses oma väitekirja "Hulktahukate kujutiste uurimine ja nende rakendamine õppeprotsessis" Moskvast Üld- ja Polütehnilise Hariduse Uurimise Instituudi õpetatud nõukogu ees ja talle omistati pedagoogikakandidaadi kraad. EPA-s jätkas ta innukalt õppe-metoodilist tööd kujutavas geomeetrias, kasutades ära ka Moskvast saadud uusi teadmisi ja sealsetid töökogemusi. Talle omistati hiljem dotsendi kutse.

Minule oli EPA-sse täielik üleminek teadusliku töö seisukohalt eriti soodne, kuna siin sain end koondada peamiselt ühele distsipliinile ja vaba aega jäi nüüd rohkem.

Minu EPA-s töötamine sattus ajajärgule, kus NSV Liidus huvi kujutava geomeetria teoreetiliste küsimuste vastu oli tõusu- ja otsingute teel. Teaduslik uurimistöö kujutava geomeetria alal elavnes, mõningates suuremates linnades (Moskvas, Kievis, Leningradis jt.) alustasid tööd või töötasid juba alalised kujutava geomeetria alased seminarid, hakati korraldama üleliidulisi tehnikakõrgkoolide kujutava geomeetria õppejõudude konverentse Kievis, Riias, Moskvast, Leningradis ja mujal. Kujutatavat geomeetria õpetatakse meil peamiselt inseneride esimesel kursusel masinaehitusliku joonestamise eel ja mõnedki olid hakanud nägema tema ülesannet vaid tehnilise joonestamise praktiliste vajaduste seisukohalt. Kujutava geomeetria juhtivad teadlased eesotsas prof. N.F. Tšetveruhhiniga vaatlesid aga seda geomeetria haru ikka matemaatilise distsipliinina. Nad rõhutasid tema iseseisva teoreetilise edasiarendamise tähtsust ning väitsid, et tuleb välja arendada kõrgem kujutatav geomeetria, sest vastasel korral ta ei jõua sammu pidada kiiresti areneva tehnikaga ega abistada viimast üleskerkivates uutes ülesannetes. Niisugused ja muud konverentsidel avaldatud mõtted panid mindki kujutava geomeetria üle põhjalikult järele mõtlema.

Pöördpindu vaadates tulid ma mõttele võtta projekteerivateks kiirteks sirgete asemele ringjooned ja valida pro-

jekteerivad kiired üldse vastavalt neile pindadele ja joonetele, mida projekteeritakse.

Töötasin välja ringprojektsiooni teooria, leidsin hulga selle rakendusi ja tutvustasin oma tööga 1956. a. EPA kolleege ja TPI kujutava geomeetria õppejõudu dots. O. Rünki, kes ennustas kõverkiirelisele projekteerimisele head tulevikku. EPA avaldas selle töö trükkis 1958. a. eri brošüürina pealkirja all "Ортогональная окружностная проекция". Samal teemal väikeste täiendustega pidasin ka ettekande üleliidulisel tehnikakõrgkoolide kujutava geomeetria õppejõudude konverentsil Moskvas 1959. aastal, võttes kaasa nimetatud trükkis ilmunud töö. Minu ettekanne ja töö said kujutava geomeetria juhtivate teadlaste tunnustuse osaliseks ja võitsid kuulajate poolehoidu. Alustatud suunda peeti perspektiivseks. Ettekande kokkuvõtte avaldati Moskva kujutava geomeetria seminari tööde kogumikus. See kõik julgustas mind tööd jätkama.

Nüüd uurisin ja rakendasin ülesannete lahendamisel veel mitmesuguseid uusi kõverkiirelise projekteerimise eriliike, kuid selle kõrval hakkasin välja töötama üldist kõverkiirelist kujutavat geomeetriat oma seaduspärasustega.

Esinesin oma uute töödega EPA iga-aastastel õppejõudude teaduslikel konverentsidel, samuti tehnikakõrgkoolide kujutava geomeetria õppejõudude konverentsidel Moskvas ja Leningradis.

Mu tööde trükkimiseks pakkusid head ning kiiret võimalust EPA teaduslike tööde kogumikud, kuid veel paremat võimalust mu ideede levitamiseks pakkusid mõne töö eri väljaanded, mis ilmusid EPA kirjastusel, sest EPA kogumikke loetakse peamiselt põllumajanduslikes kõrgkoolides, kuid eri väljaanded leidsid tee mitmesugustesse tehnikakõrgkoolidesse.

Üldse on mul 37 trükitööd, neist 21 on pühendatud kõverkiirelise kujutava geomeetria küsimustele. Eri väljaandena on ilmunud tööd "Ортогональная окружностная проекция" (1958), "Комплексные чертежи криволинейных проекций" (1961) ja "Обобщенная аксонометрия" (1968).

Minu poolt väljaarendatud kõverkiireline kujutav geomeetria on rajatud kõverkiirelisele projekteerimisele ja ül-

disele kõverjoonsele koordinaadistikule. Töodes on uuritud vastavaid probleeme nii teoreetilisest kui ka rakenduslikust aspektist. Uurimise tulemusena on saadud üldine kõverkiirelistest projektsioonidest koosnevate kompleksjooniste teooria, kõverkiirelise aksnomeetria teooria tema põhilistes küsimustes jm. Kõverkiirelise aksnomeetria üheks olulisemaks saaduseks on kriteeriumid ja laused, mille järgi saab juba ette kindlaks määrata, missugusesse aksnomeetria võrkude põhitüüpi koordinaatjoonte projektsioonide võrk vaadeldaval konkreetsel juhul kuulub. Kõverkiirelise kujutava geomeetria uurimistulemusi ja -meetodeid saab kasutada ka harilikus kujutavas geomeetrias, sest paralleel- ja tsentraalprojektsioon on ju kõverkiirelise projektsiooni erijuhud.

Kõverkiirelise projekteerimise eriliikidest on minu töodes vaadeldud mõningaid projekteerimisi ringjoontega, spiraalidega, silindriliste, kooniliste ja sfääriliste kruvi-joontega, kiivsirgetega jt. ning neid kasutades on lahendatud ülesandeid, mis tavalise kujutava geomeetria jaoks oleksid olnud liiga rasked.

Võib loota, et kõverkiireline kujutav geomeetria oma laiemas sisu ja üldisemate meetoditega leiab tulevikus ka täiesti uusi rakendusi tehnikas või mujal. Üheks kõverkiirelise kujutava geomeetria rakendusalaiks võib kujuneda kõverate karkasspindade konstrueerimine. Praegu tegeldakse kõverkiirelise projekteerimisega juba paljudes kõrgekoolides.

Oma töödes olen kasutanud analüütilist uurimismeetodit, mis oli kujutavas geomeetrias uudne ning mida on sageli esile tõstetud lihtsuse, selguse ja kompaktsuse poolest. See meetod lähendab kujutavat geomeetriat algebralle ja näib pakuvat ka võimalusi arvutite kasutamiseks geomeetrias.

Pika õppetöö kestel keskkoolis (7 a.), ülikoolis (26 a.) ja EPA-s (21 a.) on mul kogunenud palju ilusaid mälestusi. Mul on olnud palju toremaid kolleege, õpilasi ja üliõpilasi, kellest on saanud akadeemikuid, teadureid, õppejõude ja tublisid õpetajaid. Kõigist ma oma mälestustes kirjutada ei jõudnud, kuid kõigi tegevust olen jälginud ikka huviga ja nende saavutuste rõõm on alati minuni jõudnud.

Prof. G. Kangro tööst matemaatika arendamisel
Tartu Riiklikus Ülikoolis

E.Jürimäe ja E.Reimers

Silmapiistev Nõukogude Eesti matemaatik Tartu Riikliku Ülikooli professor Gunnar Kangro oleks 21. novembril 1983 saanud 70-aastaseks. Tema nimega on seotud kogu matemaatika areng Eestis sõjajärgsel perioodil.

G.Kangro sündis 21. novembril 1913. aastal Tartu linnas ehitusinseneri perekonnas. Pärast Tartu Reaalkooli lõpetamist 1931. aastal astus ta Tartu Ülikooli, mille lõpetas 1935. aastal. Edasi töötas ta kuni 1941. aastani Tallinna Tehnikaülikoolis assistendina. 1938. aastal omistati talle magistri kraad. Suure Isamaasõja puhkemisel mobiliseeriti G.Kangro Punaarmeesse, kus ta 1942. aasta algul suunati teaduslikule tööle ENSV Rahvakomissaride Nõukogu stipendiaadina Tšeljabiniski Põllumajanduse Mehaniseerimise Instituuti, aasta hiljem aga Moskva Riiklikku Ülikooli. Alates 1944. aasta novembrist kuni elu viimaste päevadeni töötas G.Kangro Tartu Riiklikus Ülikoolis.

TRÜ rektori käskkirjaga kinnitati G.Kangro 1.oktoobrist 1951 matemaatilise analüüsi kateedri professoriks. Samal aastal 1. detsembril omistas Kõrgem Atestatsioonikomisjon temale ka professori kutse.

Niisiis, 1951.a. sügissemestril sai Tartu Riiklik Ülikool kahe teeneka vanema põlvkonna matemaatikaprofessori - H.Jaaksoni ja G.Rägo (prof. J.Sarv siirdus pensionile sama aasta kevadel) - kõrvale noore, suure töövõime ja töötahtega professori G.Kangro, kes tol ajal oli 38-aastane. Selleks ajaks oli G.Kangrol seljataga juba 7 aastat täis pingelist tööd Tartu Riiklikus Ülikoolis. Olid möödas sõjajärgse aja

esimesed, kõige raskemad aastad. Nendesse aastatesse mahtus G. Kangrol juba enne sõda alustatud ning sõja ajal Tšeljabinskis ja Moskvast jätkatud doktoritöö



" B_{α} -summeeruvus ja selle rakendused astmeridadele" lõpetamine 1946.a. ja kaitsmine TRÜ õpetatud Nõukogu ees 13. juunil 1947. aastal.

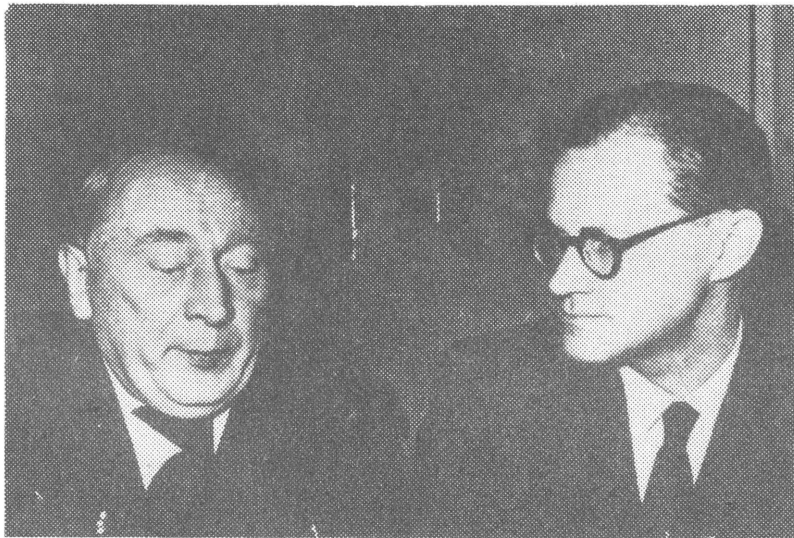
Nendesse seitsmesse aastasse enne 1951.a. mahtus ka kahekõitelise kõrgema algebra õpiku kirjutamine ja ilmumine. Kõrgema algebra juurde jõudis G. Kangro olude sunnil. Sõja järgne ülikool vajas suuri ümberkorraldusi. Oli vaja

lugeda kursusi uute programmide järgi. Spetsialiste aga ei olnud. Nii tuligi G. Kangrol, kes tegelikult oli analüüsi spetsialist, võtta oma õlule ka kõrgema algebra õpetamine. G. Kangro täitis antud kohustuse temale omase põhjalikkuse ja sügavusega. Selle töö viljana ilmuski ülalmärgitud kahekõiteline kõrgema algebra õpik, mille poole ikka ja jälle pöördutakse. Hiljem töötas G. Kangro selle õpiku ümber ja avaldas ta 1962.a. ühekõitelisena.

40-ndate aastate lõpu ja 50-ndate aastate alguse matemaatikatudengid pidasid G. Kangro loetud kõrgema algebra kursust kõige sisutihedamaks, kaasaegsemaks ja huvitavamaks. Seda kursust, nagu ka dotsent G. Kangro põhiainet - matemaatilist analüüsi ja kõiki teisi, juba professorina loetud kursusi, iseloomustas lektori püüde luua silda klassikaliselt materjalilt, mis moodustas kursuse põhiosa, kaas-

aegsete ja sageli veel lahendamata probleemideni.

Paralleelselt küllaltki suure õppetöö koormusega tegeles G. Kangro sellel perioodil intensiivselt ka teaduslike



Prof. G.Kangro oma õpetaja prof. H.Jaaksoniga 1959.a.

probleemidega, millega hakkas tegelema juba Tallinna Tehnikaülikoolis. Prof. H.Jaaksoni ja prof. J.Nuudi ideede mõjul said tema lemmikuurimisaladeks hajuvate ridade summeeruvusteooria ja ka algebra. Ta uuris summeeruvusteooria rakendusvõimalusi funktsiooniteoorias ja võttis kasutusele uue üldistatud Boreli menetluse, millega oluliselt laienes Boreli menetluse rakendussfäär, eriti funktsionaalvõrrandite lahendamisel astmeridade abil.

Esimistes sõjajärgsetes töodes uuris G.Kangro summeeruvate ridade Cauchy korrutise summeeruvust. Rieszi kaalutatud keskmiste menetluse korral lahendas ta nimetatud probleemi täielikult. Samuti üldistas ta klassikalised teoreemid komplekssete astmeridade koonduvuse, pidevuse, dife-

rentseeruvuse ja integreeruvuse kohta ridadele, mis on summeeruvad mingi maatriksmenetlusega.

Kõige suurem ja olulisem periood teaduslik-pedagoogilises tegevuses algas Gunnar Kangrol 50-ndatel aastatel, mil tal oli juba professori kutse. Sel ajal suurenes üliõpilaskontingent, tekkisid uued vajadused matemaatikute kaadri järele. Tunnetades hästi neid vajadusi, hakkas prof. G.Kangro juhtima noori arvutusmatemaatika juurde, andes toleaeagsetele üliõpilastele vastavasisuliselt teemasid diplomitöödeks. Ja kuigi prof. G.Kangro ei lugenud ühtki kursust, mis oleks olnud otseselt pühendatud arvutusmeetoditele, pühendas ta nendele probleemidele küllaltki palju ruumi kursuses "Täiendavaid peatükke funktsionaalanalüüsist". See kursus, mida G.Kangro hakkas lugema vahetult 50-ndate aastate algul, kujunes üheks kõige olulisemaks õppedistsipliiniks toleaeagsete matemaatikaüliõpilaste koolitamisel. Samal ajal oli G.Kangro pioneeriks ka reaalmuutuva funktsioonide teooria kursuse lugemisel meie ülikoolis.

Prof. G.Kangro teaduslik uurimistöö kontsentreerus summeeruvusteooria üldistele probleemidele. Eriti väärtuslikud tulemused sai ta summeeruvustegurite teoorias, lahendades selle probleemi täielikult Rieszi kaalutud keskmiste menetluse korral. Samad probleemid lahendas G.Kangro ka abstraktsete ridade jaoks, mille liikmeteks on Banachi ruumi elemendid, tõestades seejuures põhiteoreemid nende ridade teisendamiste kohta ühest Banachi ruumist teise. G.Kangro pani aluse kahekordsete ridade summeeruvustegurite teooriale, andes meetodi tarvilike tingimuste saamiseks. Sellega avanes võimalus saada kahekordsete ridade koonduvustegurid normaalsete maatriksmenetluste tervele klassile, sealhulgas Cesàro ja Rieszi menetlustele.

G.Kangro tegeles ka Tauberi tüüpi teoreemidega. Ta rakkendas esimesena summeeruvustegurite teooriat Tauberi tingimuste nõrgendamiseks nii ridade kui ka funktsioonide korral. Ta näitas, et täpsed Tauberi tingimused ei sõltu summeeruvuse järgust, sõltuvad vaid summeerimismenetluse lineaarsusest ja regulaarsusest.

Funktsioonide lähendusteoorias ja samuti ortogonaalriidade teoorias on eriti tähtis hinnata kiirust, millega tei-sendatud jada piirile läheneb. Selle kiiruse hindamiseks rajas G.Kangro kiirusega summeeruvuse teooria. Ta leidis mitmesugused täpsed tingimused kiirusega summeeruvuse säi-limiseks ja lahendas mitu üldist ülesannet vaadeldava teoo-ria kohta. Muuhulgas sai ta sügavaid tulemusi jääkliikmega Tauberi teoreemide teoorias, ka ühepoolsete Tauberi tingi-muste korral. Kiirusega summeeruvuse jaoks töötas ta välja perfektsuse mõiste topoloogilised alused.

Tähtsaid tulemusi sai G.Kangro ka kiirusega ortogonaal-riidade teoorias. Ta leidis Weyli tegurite jaoks tingimused, mis avalduvad summeeruvustegurite terminites, samuti seo-sed ortogonaalriidade summeeruvuse ja kiirusega summeeruvuse Weyli tegurite vahel.

Prof. G. Kangro kõige suuremaks teeneks tuleb lugeda summeeruvusteooria-alase koolkonna loomist Tartus. Algas see 50-ndate aastate algul, kui ta hakkas lugema riidade teooria, trigonomeetriliste riidade teooria ja ortogonaalriidade teoo-ria alaseid erikursusi. Samal ajal viis ta läbi vastavasisu-lisi eriseminare, juhendas kursuse- ja diplomitöid. Andeka-mad noored valis ta endale aspirantideks. Aspirantide juhen-damise alal osutus prof. G. Kangro töö eriti viljakaks. Tema juhendamisel valmis TRÜ aspirantidel kokku 23 dissertatsioo-ni, neist 1 algebra alal (M. Tamm), 3 arvutusmeetodite alal (I. Võhandu, Ü. Kaasik, E. Tamme) ning 19 funktsiooniteooria ja funktsionaalanalüüsi alal (I. Kull, E. Reimers, S. Baron, E. Jürimäe, S. Geisberg, E. Tiit, T. Sõrmus, F. Vichman, M. Tõnnoy, H. Tõrnu, J. Lamp, I. Tammeraid, L. Sikk-Loone, V. Soomer, A. Kivinukk, E. Oja, T. Täht, J. Sikk, E. Kolk). Neist viimasel kolmel tuli dissertatsiooni lõplik vormistamine te-ha juba ilma juhendaja abita.

Prof. G. Kangro summeeruvusteooria-alase koolkonna auto-riteet kasvas aasta-aastalt ning omandas üleliidulise tunnus-tuse, eriti peale summeeruvusteooriale pühendatud suvekooli 1965. a. Käärikul, kust võtsid osa paljude kõrgkoolide ja teaduslike asutuste esindajad. Prof. G. Kangrot kutsuti opo-nendiks dissertatsioonide kaitsmistele väga erinevatesse pai-

kadesse, tema seminari sõideti esinema, et saada hinnangut tehtud tööle. Noored matemaatikud sõitsid Tartusse kaitsma oma summeeruvusalaseid või sellelähedasi dissertatsioone.

Summeeruvusteooria jäi prof. G. Kangro meelivaldkonnaks tema elu lõpuni. Oma viimase sellealase põhjalikuma loengukursuse luges ta aga 1957. a. kevadsemestril. See kursus kandis nime „Ridade teooria“ ning koosnes osadest „Sissejuhatus“, „Jadade maatriksteisendused“, „Üldise summeeruvusteooria alused“, „Summeerimismenetluste vahekord“, „Mõned klassikalised menetlused“, „Koonduvus- ja summeeruvustegurid“, „Summeeruvate ridade korrutamine“ ja „Tauberi tüüpi teoreemid“. Nimeetatud kaheksa peatükki võtsid elegantsesti kokku kõik tulemused, mis summeeruvusteoorias oli saadud kuni viimase ajani nendes suundades, kuhu kandusid prof. G. Kangro teaduslikud huvid ning kuhu ta kavatses suunata oma õpilasi. Need 1957. a. kevadsemestril loetud loengud olid hindamatuks materjalsiks veel paljudel järgnevatel aastatel noortele, kes spetsialiseerusid summeeruvusteooria alale.

60-ndatel aastatel algas seoses elektronarvutite jõudmisega meie vabariiki massiline arvutusmatemaatikute ettevalmistamine. Ka pedagoogide koolitamisel fikseeriti ülesanded täpsemalt. Enam ei olnud otstarbekas spetsialiseerida suurt hulka üliõpilasi summeeruvusteooria alale. Vastav spetsialiseerumine toimus nüüd individuaalplaanide alusel, et valmistada noori aspirantuuri jaoks. Samal ajal toimus ka uurimistemaatika laienemine Fourier' ridadele, ortogonaalriidadele ja funktsioonide lähendamise teooriasse, aga samuti üldiste topoloogiliste ruumide omaduste uurimisele. Nende ümberkorralduste initsiaatoriks oli ikka ja jälle prof. G. Kangro.

Asudes tööle matemaatilise analüüsi kateedri juhatajana 1959. a., hakkas prof. G. Kangro uuesti lugema matemaatilise analüüsi põhikursust. Peetud loengute alusel kirjutas ta kaheköitelise matemaatilise analüüsi õpiku, mille I osa ilmus 1965. a. ja II osa - 1968. a. Prof. G. Kangro õpik erineb teistest analoogilistest õpikutest eeskätt materjali valikult ja esituse elegantsuselt ning uudsuselt.



Matemaatilise analüüsi kateeder 1971.a. Istuvad S.Baron, E.Jürimäe, G.Kangro, E.Reimers, H.Türnpu, N.Veske, seisavad E.Kolk, V.Soomer, I.Tammeraid, L.Loone, S.Talomees ja K.Kolk. E.Saki foto.

Tõstades matemaatilise analüüsi kateedri juhatajana kuni oma surmani, luges prof. G. Kangro järgmisi kursusi: 1959/60. õ.-a. - matemaatiline analüüs II kursusele; 1960/61. kuni 1962/63. õ.-a. - matemaatiline analüüs I kursusele; 1963/64. õ.-a. - matemaatiline analüüs II kursusele, trigonomeetriselised read (fakultatiivkursus), funktsionaalanalüüs IV kursusele; 1964/65. õ.-a. - matemaatiline analüüs II kursusele, funktsionaalanalüüs IV kursusele; 1965/66. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele, funktsionaalanalüüs IV kursusele, funktsioonide lähendamine V kursusele, analüüsi kaasaegsed probleemid IV kursusele; 1966/67. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele, funktsionaalanalüüs IV kursusele, analüüsi kaasaegsed probleemid IV kursusele, funktsioonide lähendamine IV kursusele; 1967/68. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele; 1968/69. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele, funktsionaalanalüüs IV kursusele, integraaliteooria III kursusele; 1969/70. õ.-a. - funktsionaalanalüüs IV kursusele, integraaliteooria III kursusele; 1970/71. õ.-a. - integraaliteooria III kursusele; 1971/72. õ.-a. - matemaatiline analüüs (reaalmuutuja funktsioonide teooria) II kursusele; 1972/73. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele; 1973/74. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele, reaalmuutuja funktsioonide teooria III kursusele, 1974/75. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele, funktsionaalanalüüsi täiendavaid peatükke IV kursusele; 1975/76. õ.-a. - funktsionaalanalüüs III kursusele.

Kõiki prof. G. Kangro poolt loetud loenguid iseloomustavad kaks põhimomenti: püüe viia kuulajad viimaste, kõige uuemate tulemusteni, näidates ühtlasi võimalusi edasisteks arendusteks, ning suurte ja oluliste rakenduste näitamine. Selles osas on eriti ilmeka tema viimastel aastatel loetud loengud Banachi algebratest kursuses „Täiendavaid peatükke funktsionaalanalüüsist“, aga ka juba 50-ndail aastail loetud funktsionaalanalüüsi kursus.

Meenutades prof. G. Kangro tegevust ülikoolis, tuleb kindlasti kõnelda temast kui õppe- ja teadustöö organiseerijast. Värske professorina sai ta juba 1952. a. ülesande juh-

tida tolleaegset geomeetria kateedrit, mida 1951. aastani juhatas prof. Jaan Sarv. Laienev õppetegevus matemaatikute koolitamisel seadis ülesandeks uute kaadrite ettevalmistamise. On iseloomulik, et see toimus valdavas osas prof.Kangro poolt juhitud geomeetria kateedri baasil (tänapäevaks on nimetatud kateedrist välja kasvanud 4 iseseisvat kateedrit: algebra ja geomeetria kateeder, arvutusmatemaatika kateeder, programmeerimise kateeder ja matemaatilise statistika kateeder). Selles organisatsioonilises töös ilmesid prof.Kangro avar matemaatiline silmaring, tohutu matemaatiline mälu, erakordne matemaatiline läbinägelikkus, aga eeskätt imepärane võime näha matemaatika kõige olulisemaid arengujooni.

1961. a. valiti prof. G. Kangro ENSV TA korrespondentliikmeks, mis tõi talle kaasa kohustuse olla matemaatikaalase teadustöö juhiks kogu vabariigis. Kahjuks ei jõudnud ta realiseerida siin oma põhilist eesmärki - luua Teaduste Akadeemia liinis matemaatika instituut fundamentaalsete matemaatikaalaste uuringute tarvis.

Suure töö tegi prof. G. Kangro matemaatikaalase informatsiooni vahendajana. Kui 1953. a. hakkas ilmuma ajakiri "Реферативный журнал математики", sai prof. G. Kangrost kohe selle referent. Tema kirjutatud referaadid paistsid silma erilise läbimõelduse, objektiivsuse ja kõige olulise esiletoomise poolest.

Viimaseks G.Kangro eluajal trükkis ilmunud tööks oli ülevaateartikkel "Jadade ja ridade summeeruvusteooria" (Итоги науки и техники. Математический анализ. 1974, 12, 5-70), kus ta võttis kokku summeeruvusteooria saavutused viimase kümne aasta (1964-1973) jooksul ja näitas ära summeeruvusteooria seosed matemaatika paljude teiste harudega. See ülevaateartikkel on saanud käsiraamatuks kõikidele matemaatikutele, kes töötavad summeeruvusteooria ja temaga piirnevate matemaatiliste distsipliinide alal.

Seoses Eesti Nõukogude Entsüklopeedia väljaandmisega sai prof. G.Kangro loomulikult korras selle matemaatiliste artiklite koostamise organiseerijaks. Seda suurt ja olulist tööd tegi ta äärmise vastutustundega, kasutades oma entsüklopeedilisi teadmisi matemaatikas ning vahetut kontakti oma

rohkearvulise õpilaskonnaga.

Suure ja tänuväärse töö eest, mida prof. G.Kangro oli teinud matemaatika arendamisel Eestis, omistati talle 1965. aastal Eesti NSV teenelise teadlase aunimetus. Kahel korral autasustati teda ENSV Ülemnõukogu Presiidiumi aukirjaga.

25. detsembril 1975.a., oma loominguliste jõudude ja kavatsuste tipul prof. G. Kangro suri. Samal päeval oli ta veel oma igapäevase töö juures, lõpetas kateedri töö aastaaruande, valmistas ette materjalid TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu semestri lõppistungiks, vestles kolleegidega ja andis nõu. Ta oli erksas ja rõõmsas meeleolus. Õhtul kodus kirjutuslaua taga, valmistades järgmiseks päevaks semestri viimast loengut, nõrkes ta ootamatult ja poole tunni pärast professor Gunnar Kangrot enam ei olnud, süda ütles üles.



Mälestuskivi avamine

Tõsisest töömehest jäi maha rikkalik arhiiv, mis käesolevaks ajaks on üle antud TRÜ Teadusliku Raamatukogu käsikirjade fondi. See käsikirjaline materjal sisaldas ka mõned peaaegu lõpetatud teaduslikud artiklid, mis on avaldatud postuumselt. Säilinud märkmetes on hulgaliselt uusi teaduslikke ideid, mis ootavad edasist tõsist uurimistööd prof. G. Kangro poolt viljeldud suundades. Väga väärtuslik on ka see osa arhiivist, mis on seotud õppetööga (loengumaterjalid,

seminaride kavad jm.).

Eesti matemaatikud jätkavad prof. G. Kangro poolt algatatud organisatoorset tööd matemaatika õpetamise täiustamise, kaadri kasvatamise ja teaduslike uurimissuundade kujundamise alal. On läbi viidud mitmeid üritusi prof. G. Kangro mälestuse jäädvustamiseks.

28. oktoobril 1976.a. toimus G. Kangrole pühendatud teaduslik seminar, mille raames avati ka G. Kangro memoriaaltahvel TRÜ arvutuskeskuse auditooriumis 104 Liivi tn. 2.

24.-26. novembril 1978.a. toimus Tartu Riiklikus Ülikoolis G. Kangro 65. sünniaastapäevale pühendatud teaduslik konverents "Algebra ja funktsionaalanalüüsi meetodid operaatorite perede uurimisel". Konverentsist võttis osa 77 matemaikut, kellest 15 olid tulnud teistest liiduvabariikidest. Külaliste sõnavõttud rääkisid sellest, kui kõrgelt hinnati väljaspool meie vabariigi piire prof. G. Kangrot. Seoses konverentsiga toimus Tartus Raadi kalmistul G. Kangro kalmul pidulik tseremoonia mälestuskivi (skulptor A. Rimm) avamiseks, milles osalesid G. Kangro perekond ning tema rohkemvõtulised õpilased, kolleegid ja austajad.

22.-24. aprillil 1983.a. olid Haapsalus matemaatikaõpetajate päevad, kus prof. G. Kangrole olid pühendatud käesolevate ridade autorite ettekanne "Professor G. Kangro elust ja tema tööst matemaatika arendamisel ENSV-s" ja dots. H. Türrpu ettekanne "Funktsioonide lähendamise teooria küsimusi prof. G. Kangro ja tema õpilaste töödes."

28.-30. septembril 1983.a. toimus Tartu Riiklikus Ülikoolis järjekordne, nüüd juba G. Kangro 70. sünniaastapäevale pühendatud teaduslik konverents "Algebra ja analüüsi meetodid". Sellest konverentsist võtsid osa 63 matemaikut, neist 20 väljastpoolt Eestit. Konverentsi plenaaristung toimus TRÜ Teaduslikus Raamatukogus. Samas avatud näitusel olid väljas materjalid G. Kangro isiklikust arhiivist, mille tema omaksed andsid üle TRÜ Teaduslikule Raamatukogule.

Professor Ülo Kaasik
ja rakendusmatemaatika areng Eestis

Peagi möödub 25 aastat esimese elektronarvuti käiku-
laskmisest Eestis. See on juubelisündmuseks kõigile vabarii-



gi rakendusmatemaatikutele. Miks me aga siinjuures prof. Ü. Kaasikust juttu teeme, selgub järgnevaid ridu lugedes. Kuid alustagem pisut varasemast.

Ü. Kaasik sündis 9. novembril 1926. aastal Tallinnas töölisperekonnas ainsa lapsena. Vanematelt päris ta osavad töömehekäed ning julguse käsile võtta ja ära teha iga vajalik töö. Oma koolliteed alustas ta 1934. a. Tallinna 13. Algkoolis ning jätkas seda 1940. a. Tallinna 2. Keskkoolis.

Alanud sõda katkestas õpingud - Ülo evakueerus koos vanematega Mari ANSV-sse, kus aastail 1941-1943 töötas mitmetel kohtadel (mööblivabrikus, metsapunktis jm.). Alates 1943. a. hakkas ta õppima Kaasani tööstuskoolis, järgmisel aastal aga Puškini linnas Eesti NSV komsomoliaktiivi ettevalmistamise kursustel. Eesti vabastamise järel jätkusid õpingud Tallinna 2. Keskkoolis, peale tööleasumist aga Tallinna 9. Töölisnoorte Keskkoolis.

Pärast keskkooli lõpetamist 1948. aastal astus Ülo Kaasik Tartu Riikliku Ülikooli matemaatika-loodusteaduskonda matemaatikaosakonda. Erakordne töövõime lubas tal eeskujuliku õppimise ja perekonnapea kohustuste kõrval töötada matemaatikaõpetajana, ühingu "Teadus" lektorina, teha kaastöid ajalehtedele ja ajakirjadele, olla rahvakohtu kaasistujaks, osaleda üliõpilaste teaduslikus ringis, näiteringis jm. Üliõpilasena võeti Ü.Kaasik ka NLKP liikmeks 1952. aastal.

1953. aastal kaitses Ülo Kaasik edukalt diplomitöö "Funktsionaalvõrrandite lahendamine üldistatud Newtoni meetodiga" ja lõpetas Tartu Riikliku Ülikooli kiitusega. Perspektiivse noore matemaatikuna suunati ta tööle geomeetria kateedri vanemõpetajaks. Esimesse kahte tööaastasse mahtus rida loengukursusi, sealhulgas kaks uut erikursust, kaks eriseminari, mitme diplomi- ja kursusetöö juhendamine, kandidaadieksamite sooritamine, esimene trükitud töö üleliidulises ajakirjas, töö ohvitseride koolis kohakaasluse alusel ning väitekirja esimese peatüki valmimine. Tunnustust tehtud tööle märgivad kaks rektori käskkirjadega antud kiitust.

Ü.Kaasiku teadusliku uurimistöö esimene probleemidering sai alguse juba üliõpilaspõlvest, kui prof. G. Kangro suunas tema tähelepanu arvutusmatemaatika aktuaalsele probleemile - iteratsioonimeetodite üldistamisele ja uurimisele funktsionaalanalüüsi vahenditega. Oma diplomitöös üldistas Ü. Kaasik operaatorvõrrandite juhule ühe kuupkoonduvusega meetodi, tõestas selle koonduvusteoreemi ning uuris rakendusvõimalusi. Probleemi aktuaalsust näitab asjaolu, et peaaegu samadele tulemustele oli oma väitekirjas jõudnud ka M. Mertvetsova, kelle vastav artikkel ilmus veidi enne Ü. Kaasiku diplomitöö kaitsmist ajakirjas "Доклады АН СССР".

Pärast ülikooli lõpetamist jätkus Ü. Kaasiku viljakas ja intensiivne uurimistöö nimetatud valdkonnas. Ta uuris kuupkoonduvusega ja ka kõrgema astme koonduvusega iteratsioonimeetodite klasse ning arendas välja teatavat tüüpi iteratsioonimeetodite üldise teooria. Sellesse töösse suutis ta matemaatikaringi, erikursuse "Funktsionaalanalüüsi lähendusmeetodid" ja eriseminaride abil kaasa tõmmata ka üliõpilasi.

Tema juhendamisel valminud Sulev Ulmi, Enn Tamme, Lembit Kivistiku ja Heino Koppeli diplomitööde temaatika leidis hiljem edasiarenduse kandidaadiväitekirjades.

1956.a. algul astus Ülo Kaasik prof. G. Kangro juhendatavana aastasesse aspirantuuri, mille jooksul lõpetas väitekirja "Iteratsioonimeetoditest Banachi ruumis". Väitekirja edukas kaitsmine toimus TRÜ aulas matemaatika-loodusteaduskonna õpetatud nõukogu ees 27.juunil 1957. aastal. Väitekirjas on välja arendatud kõrgema astme koondumiskiirusega iteratsioonimeetodite üldine teooria ning selle baasil on konstrueeritud terve rida uusi etteantud koondumiskiirusega iteratsioonimeetodeid. Sellealase uurimistöö tulemused on avaldatud aastatel 1955 - 1959 ilmunud seitsmes teaduslikus artiklis, millest neljal on kaasautoriteks tema õpilased (E. Tamme, U. Malkov ja A. Jõgi).

Pärast aspirantuuri jätkas Ü. Kaasik õppejõuna tööd TRÜ-s. Napilt aasta pärast väitekirja kaitsmist valiti ta geomeetria kateedri dotsendi kohale. Noor õppejõud alustas sellel perioodil paralleelselt õppe- ja teadustööga intensiivset ja viljakat tööd õppevahendite kirjutamisel. Kui TRÜ sai rotaprindi, oli esimeseks rotaprindil trükitud õppevahendiks Ü. Kaasiku "Kompleksmuutuja funktsioonide teooria" (1958, 165 lk.). Esimene rotaprindi trükis oli suureformaadiline ja meenutas pigem rotaatoritõmmist. Kuid rotaprindi võimalused avastati peagi ja varsti ilmusid Ü. Kaasiku sulest "Funktsionaalanalüüs" (1959, 147 lk.) ning "Kompleksmuutuja funktsioonide teooria" uus väljaanne (1962).

Sel ajal avarus Ü. Kaasiku huvidering oluliselt. Nagu paljusid noori matemaatikuid, erutasid tedagi elektronarvutite rakendamise võimalused. Peagi valmisid esimesed kodumaised arvutiseeriad. Arvutite ulatuslikku kasutuselevõttu ette nähes oli tarvis ümber korraldada matemaatikute ettevalmistamine TRÜ-s, kõigepealt aga alustada programmeerimisalaste loengute lugemist. Esimese elektronarvutitele pühendatud kursuse vabariigis lugeski Ü. Kaasik 1956/57. õppeaasta kevadsemestril. See oli fakultatiivkursus "Kaasaegse arvutustehnika küsimusi" - kõrgetasemeline loengukursus, mil-

lel oli hulgaliselt kuulajaid nii üliõpilaste kui õppejõudude hulgas. Kursus oli eeskätt pühendatud programmeerimisele. Kuulajatele esitati kõik vajalikud teadmised iseseisvaks programmeerimiseks. Aasta hiljem järgnes kursus "Elektronarvutusmasinad". Nende loengute alusel kirjutas Ü. Kaasik koos H. Salumi ja M. Sinisooga raamatu "Elektronarvutusmasinad" (1960, 196 lk.). Üliõpilaste vahetuks tutvustamiseks arvutiga organiseeris aga Ü. Kaasik üliõpilaste praktika Moskva Riikliku Ülikooli elektronarvutil "Strela".

Varsti polnud matemaatikute ettevalmistamine ilma elektronarvutita aga enam mõeldav ja TRÜ hakkas Ü. Kaasiku initsiatiivil ja organiseerimisel taotlema ülikoolile arvuti eraldamist. 1959. aastal saadigi arvuti "Ural-1", mis paigutati TRÜ hoonesse Ülikooli tn. 18^a, praeguse biofüüsika ja elektrofüsioloogia laboratooriumi ruumidesse.

Vastloodud arvutuskeskuse tööd hakkas selle esimestest sammudest peale suunama Ü. Kaasik, kes on olnud TRÜ arvutuskeskuse teaduslikuks juhendajaks kuni tänaseni. Esimesteks töötajateks arvutil said aga 1957. a. lõpetanud M. Levin, L. Luht ja E. Saareste, kes käisid vastaval väljaõppel. 1960. aastal arvuti juba töötas. Märkigem, et sel ajal oli NSV Liidu kõrgkoolides vaid üksikuid elektronarvuteid.

1959. aasta jaanuarikuus kinnitas Kõrgem Atestatsioonikomisjon Ülo Kaasikule dotsendi kutse. Sama aasta suvel toimus mõningane ümberkorraldus matemaatika-loodusteaduskonna matemaatikaosakonnas. Kauaaegne matemaatilise analüüsi kateedri juhataja professor Hermann Jaakson loobus kateedri juhatamisest ja seda kateedrit hakkas juhutama professor Gunnar Kangro, kes seni oli geomeetria kateedri juhataja. Geomeetria kateedri juhatajaks valiti aga dotsent Ülo Kaasik.

Tänu Ülo Kaasiku jõupingutustele asutati ülikoolis arvutusmatemaatika (rakendusmatemaatika) spetsiaalsus ja alates 1959. aastast hakati sellel uuel erialal üliõpilasi vastu võtma. Matemaatikaosakonna juhatajaks sai Ü. Kaasik. Samal ajal täitis Ü. Kaasik mitmeid ühiskondlikke ülesandeid - oli matemaatika-loodusteaduskonna parteibüroo liige ja sekretäri, Eesti Loodusuurijate Seltsi täppisteaduste sektsiooni

asutajaliige jne.

Pidades silmas elektronarvutite laialdase kasutamise perspektiivi majanduselu praktilisel juhtimisel, huvitus Ü. Kaasik matemaatilise planeerimise küsimustest. Ta hakkas hoolitsema ka üliõpilaste sellealase ettevalmistuse eest. Koos dotsent I. Kulliga luges ta 1959/60. õppeaasta kevadsemestril matemaatika osakonna IV ja V kursuse üliõpilastele erikursust "Planeerimise matemaatilised meetodid", mis oli esimene selline loengukursus vabariigis ja esimesi Nõukogude Liidu ülikoolides. Sellest ajast alates kuulub matemaatiline planeerimine kui õppeaine kindlalt TRÜ-s arvutusmatemaatikutele loetavate erikursuste hulka (praegu kuuluvad vastavad distsipliinid kohustuslikena üleliidulistesse õppeplaanidesse).

Ü. Kaasiku initsiatiivil ja juhendamisel toimus ka uute matemaatiliste meetodite rakendamine praktikasse: TRÜ arvutuskeskus tegi lepingulisi töid mitmetele vabariigi ettevõtetele, kusjuures matemaatiliste meetodite oskuslik kasutamine ja juurutamine reas vabariigi ettevõtetes andis märgatavat majanduslikku efekti. Tehtud töö eest autasustati dots. Ü. Kaasikut 1961. a. Tööpunalipu ordeniga.

1961/62. õppeaastal viibis Ü. Kaasik 10 kuud USA-s Stanfordi ülikoolis stažeerimas, kus tutvus põhjalikult arvutite ja nende rakendusalaadega, eriti aga majandusmatemaatika valdkonnaga. Stažeerimisel saadud vahetutest kogemustest ja läbitöötatud kirjandusest omandatud kasutas ta pärast kodumaale jõudmist teaduslikus uurimistöös, aspirantide ja üliõpilaste juhendamisel, seminarides ja tema poolt arvutusmatemaatikutele loetavates matemaatilise planeerimise, operatsioonianalüüsi ja mänguteooria kursustes. Nendest erikursustest kasvas välja monograafia "Matemaatiline planeerimine" ("Valgus" 1967, 320 lk.).

1962. aastal, pärast USA-st naasmist, sai dots. Ü. Kaasikust äsjaloodud arvutusmatemaatika kateedri juhataja. Kateder jäi arvutusmatemaatikute ettevalmistamisel profileerivaks kateedriks.

Rakendusmatemaatika osakonna kasv tõi kaasa matemaatilise statistika ja programmeerimise kateedri asutamise 1969.

aastal, mis koos arvutusmatemaatika kateedriga hakkas juhtima rakendusmatemaatikute ettevalmistamist TRÜ-s. Uue kateedri juhatajaks sai tava kohaselt dots. Ü.Kaasik. Seoses programmeerimise õpetamise laiendamisega ülikoolis ja uute programmeerimisalaste erikursuste lugemisega muutus see kateeder suurimaks teaduskonnas. 1979.a. lõhenes ta kaheks - programmeerimise kateedriks ja matemaatilise statistika kateedriks.

1959. aasta paiku loobus Ü. Kaasik varasemast teadusliku töö suunast ja hakkas tegelema valdkondades, mis on vahetult seotud arvutite ja nende rakendustega. Teaduslik töö seondus nüüd tihedalt arvutuskeskuse tööde juhendamisega. Sellele lisandus intensiivne matemaatika populariseerimine ja õpikute kirjutamine. Suur osa teaduslikke ja populaarteaduslikke artikleid ilmus kaasautorluses kolleegide ja endiste õpilastega.

Esimene uurimisvaldkond, milles Ü. Kaasik elektronarvuteid rakendada püüdis, oli automaatne tõlkimine. Aastatel 1959 - 1960 ilmus tal kolm artiklit (kaasautoriteks A.Korjus, T. Akkel, A. Laumets), mis olid pühendatud sellele probleemile, sealhulgas matemaatilise teksti automaatsele tõlkimisele vene keelest eesti keelde. Praktilise tõlkimiseni siiski ei jõutud. Hiljem, pärast aastaid kestnud vaheaega asendusid tõlkimisprobleemid eesti keele statistilise uurimisega. Ü. Kaasik koostas selleks vajalikud programmid ja avaldas aastast 1969 alates nimetatud valdkonnas rea artikleid (neist osa kaasautoritega). Koostöös E. Laugastega, hiljem K.Ääremaa, J. Tuldava ja A. Villupiga on ta uurinud tähtede ja silpide esinemissagedust ning avaldanud kirjandusproosa sõnavormide sagedussõnastiku.

Kõige enam teaduslikke artikleid (vähemalt 15, ilmunud peamiselt kogumikes "Труды вычислительного центра ТГУ" mitmete kaasautoritega) on pühendatud algoritmide väljatöötamisele mitmesuguste praktikast kerkinud matemaatilise planeerimise ülesannete lahendamiseks, nagu külvipinna optimaalse struktuuri leidmine (kaasautorid T. Akkel ja H. Sarv), tehase töö kalendriline planeerimine (kaasautor R. Mullari), mittelineaarsed laadimisülesanded ja nende üldistused (E.Tamme),

õmblusvabriku töö planeerimine (M.Viitso, J.Gabovits, T.Lõhmus, E.Eelma, P.Uba), teatud tüüpi mittelineaarsed ülesanded (T.Laasn), Boole'i muutujatega ülesanded (R.Täht), marsruutide määramine (M.Preem). Planeerimise ja mänguteooria kohta on ilmunud ka rida populaarteaduslikke artikleid, juba mainitud "Matemaatiline planeerimine" ja koos L. Kivistikuga kirjutatud "Operatsioonialüüs" (Valgus, 1982, 564 lk.).

Programmeerimise valdkonnast ilmus 1960. aastal koos H. Salumi ja M. Sinisooga kirjutatud raamat "Elektronarvutusmasinad", seejärel mitu populaarteaduslikku artiklit väljaandes "Matemaatika ja kaasaeg". Ajavahemikus 1967 - 1983 ilmus TRÜ rotaprintis 22 õppevahendit, kus autoriks või kaasautoriks on Ü. Kaasik ja mis on pühendatud kas programmeerimise üldküsimustele, programmeerimisele konkreetsetel arvutitel ("Minsk-32", EC-1022 jt.) või programmeerimiskeeltele (ALGOL, FORTRAN, PL/I). Osa õppevahendeid on pühendatud arvutite kirjeldustele. Kirjastuses "Valgus" ilmus 1971. aastal õpik Ü. Kaasik, A. Korjus ja I. Kull. Programmeerimine (356 lk.) ning 1978. aastal õppevahend R. Jürgenson, Ü. Kaasik, I. Kull ja L. Võhandu. Programmeerimise ülesannete kogu (223 lk.).

Ü. Kaasiku juhendamisel on töötatud viimastel aastatel TRÜ arvutuskeskuses välja programmide pakett-töötamise süsteem, majandusliku informatsiooni töötlemise süsteem, programmide süsteem täisarvuliste planeerimisülesannete lahendamiseks ja andmepanga juhtimissüsteem. Nendele süsteemidele pühendatud artiklid ilmusid alates aastast 1975 väljaannetes "Труды вычислительного центра ТИУ" (kaasautorid Ü. Kährnik, J.Puhang, K. Ääremaa, A. Jaeger, I. Urmet, P. Eelma, M. Viitso, T.Laasn, H. Näripä, M. Tombak, A. Isotamm, A. Raup jt.).

Ü. Kaasiku otsese hoole all on kasvanud ja areneb edasi TRÜ arvutuskeskus, on saadud üha võimsamad arvutid "Ural-4" (1963), "Minsk-32" (1969), EC-1022 (1975) ja EC-1060 (1983) ning on valminud ka uus arvutuskeskuse hoone (1971).

On kasvanud ka Ü. Kaasiku juhendatavate arv. Aastail 1961 - 1972 jõudis üheksa matemaतिकut Ü. Kaasiku juhendamisel kandidaadiväitekirjade kaitsmiseni: arvutusmatemaatika alal L. Kivistik (1961) ja M. Levin (1963); matemaatilise

loogika alal A. Tauts (1964) ja P. Hanko (1965); matemaatika mitmesuguste rakenduste alal E. Leinemann (1968), A. Zirk (1972), J. Tapfer (1972), T. Akkel (1972) ja J. Kiho (1972). Järjest rohkem õpilasi ja kolleege, kes on töid alustanud TRÜ arvutuskeskuses Ü. Kaasiku juhendamisel, on siirdunud juhtivatele kohtadele vabariigi teistes arvutuskeskustes (E. Saareste, L. Luht, A. Laumets, V. Tinn jt.).

Ülo Kaasiku energiat on jätkunud paljudeks ettevõtmisteks. Koos dots. O. Printsaga organiseeris ta 1961. aastal A.H. Tammsaare nimelise Tartu 1. Keskkooli juures meie vabariigi esimese matemaatika eriklassi ning koos TRÜ arvutuskeskuse töötajatega oli selle õpetajaks. Ü. Kaasik on samuti üks 1965. aastal tööd alustanud Mittetatsionaarse Matemaatikakooli (praegu Matemaatika- ja Füüsikakool) mõtte algataja.

1963. aastal alustas rühm Tartu matemaatikuid populaarteadusliku kogumiku "Matemaatika ja kaasaeg" väljaandmist. Ü. Kaasik sai selle väljaande peatoimetajaks ja viljakaimaks autoriks. Väsimatult organiseeris ta artiklite kirjutamist, leides ning veendes sobivaid autoreid, redigeeris ja korrigeeris saabunud kaastöid, otsis "täitematerjali" keerdülesannete ja pisipalade näol, innustas tööle teisi toimetuskolleegiumi liikmeid. Samas täitis ta joonlaua (cicero), käärde ja liimipotiga tehnilise toimetaja ülesandeid ning, kui tarvis, võitles trükikoja töötajatega kiiremate tähtaegade eest.

Esimese kahe ja poole aasta jooksul ilmus kümme numbrit "Matemaatika ja kaasaega". Väljaande populaarsus lugejaskonnas aina suurenes. Ilmus rida sisukaid originaalartikleid, eriti rakendusmatemaatika valdkonnas, kus eestikeelne kirjandus praktiliselt puudus.

Eriti intensiivseks muutus Ü. Kaasiku kirjastustegevus alates 60-ndate aastate teisest poolest. Silmapaistev on selle teedrajav iseloom. Ü. Kaasik võttis osa ENE tööst, kus vastutas arvutusmatemaatika-alaste artiklite eest ja kirjutas igasse köitesse mitukümmend kaalukat artiklit, veelgi enam aga retsenseeris. ENE uue väljaande koostamisel on Ü. Kaasiku hoole ja kontrolli all peaaegu kõik matemaatika märksõnad.

Ü. Kaasiku šefluse all on ka arvutuskeskuse väljaanded

"Труды вычислительного центра ТГУ" (ilmunud 50 numbrit) ja "Programme kõigile" (ilmunud ligi 30 numbrit). Ta on kõigi nende väljaannete viljakaim autor, ent ühtlasi ka redigeerija ning sisuliselt kõigi numbrita vastutav toimetaja. See töö seostub vahetult arvutuskeskuse töö teadusliku juhtimisega.

Ü.Kaasik töötab pidevalt matemaatika keele reguleerimise alal, juurutab nii suusõnal kui kirjas uusi ning sobivaid termineid ja võitleb sama innukalt ebaõnnestunud keelendite vastu. Eeskätt Ü. Kaasikule võlgname tänu, et kasutajateni jõudis neljakeelne "Matemaatika oskussõnastik" ("Valgus" 1978, 200 lk., kaasautorid H.Espenberg, E.Etverk, O.Rünk ja A.Vihman). Eriti silmapaistev on Ü.Kaasiku koostatud entsüklopeediline "Matemaatikaleksikon" ("Valgus" 1982, 208 lk.), mis sisaldab ligi 3600 hoolikalt valitud märksõna.

Mainimist väärrib Ü. Kaasiku huvi loogiliste keerdülesannete koostamise ja lahendusmeetodite vastu. Neile on ta pühendanud mitmeid artikleid ja brošüüre Matemaatika- ja Füüsikakooli tarbeks. Kirjastuse "Valgus" väljaandel on ilmunud tema keerdülesannete kogud koos lahendustega "Lihtsaid ja keerulisi I" (1970, 287 lk., 2. trükk 1977, 312 lk.) ja "Lihtsaid ja keerulisi II" (1975, 259 lk.).

Pilt Ü. Kaasikust oleks ühekülgne lisamata, et ta on teaduskonna parimaid lektoreid. Ta esitab ainet eriti selgelt, lakooniliselt ja korrektselt, leides alati uusi tahke ja vaatenurki. Oma üliõpilastelt nõuab ta rangelt aine mõistmist, olemata seejuures pedantne. Eriliseks hirmuks noortele õppejõududele on Ü. Kaasiku sõnavõttud loengute ühiskülastuste järele, kus näidatakse kätte kõik tehtud vead, kuid samal ajal ka töösuunad lektorimeisterlikkuse tõstmiseks.

1981.a. kinnitas Kõrgem Atestatsioonikomisjon Ülo Kaasikule professori kutse. Selles aktis väljendub matemaatika-teaduskonna ja kogu ülikooli kõrgeim hinnang Ü.Kaasikule kui vabariigi juhtivale rakendusmatemaatikule, kirjamehele, organisatorile ja lektorile.

L. Kivistik, E. Tamme, E. Tiit

Ülesandeid kolmnurga trigonomeetriast

U. Alla

Järgnevad ülesanded põhinevad eespooltoodud artiklile "Kaks teoreemi kolmnurga trigonomeetriast" (vt. lk.12). Neid ülesandeid võib aga lahendada ka otseselt, nimetatud artikli poole pöördumata.

Ülesannetes kasutatud tähistusi selgitab joon.1. Kolmnurk ABC on siin suvaline (terav- või nürinurkne). Indeksid tähistustes täpsustavad tähistatava elemendi asukohta. Näiteks täht a tähistuses α_a näitab, et nurk α moodustub kolmnurga külje a suhtes. Tähistus σ_{ab} (vt. joon.1, c) näitab, et nurga σ haarade vahel on kolmnurga küljed a ja b , kusjuures külg a on nurga σ_{ab} tipule lähemal kui külg b .

1. Tõestada järgmised võrdused (tähistusi vt. joon.1, a).

$$a) \cot \alpha_a + \cot \alpha_b + \cot \alpha_c = 0$$

$$b) \cot \alpha_a \cot \hat{A} + \cot \alpha_b \cot \hat{B} + \cot \alpha_c \cot \hat{C} = 0$$

$$c) \cot \alpha_a \sin^2 \hat{A} + \cot \alpha_b \sin^2 \hat{B} + \cot \alpha_c \sin^2 \hat{C} = 0$$

$$d) \cot^2 \alpha_a + \cot^2 \alpha_b + \cot^2 \alpha_c = \\ = \frac{1}{2} [\cot^2 \hat{A} + \cot^2 \hat{B} + \cot^2 \hat{C} - 1]$$

$$e) \cot \alpha_a \cot \alpha_b + \cot \alpha_b \cot \alpha_c + \cot \alpha_c \cot \alpha_a = \\ = \frac{1}{4} (1 - \cot^2 \hat{A} - \cot^2 \hat{B} - \cot^2 \hat{C}).$$

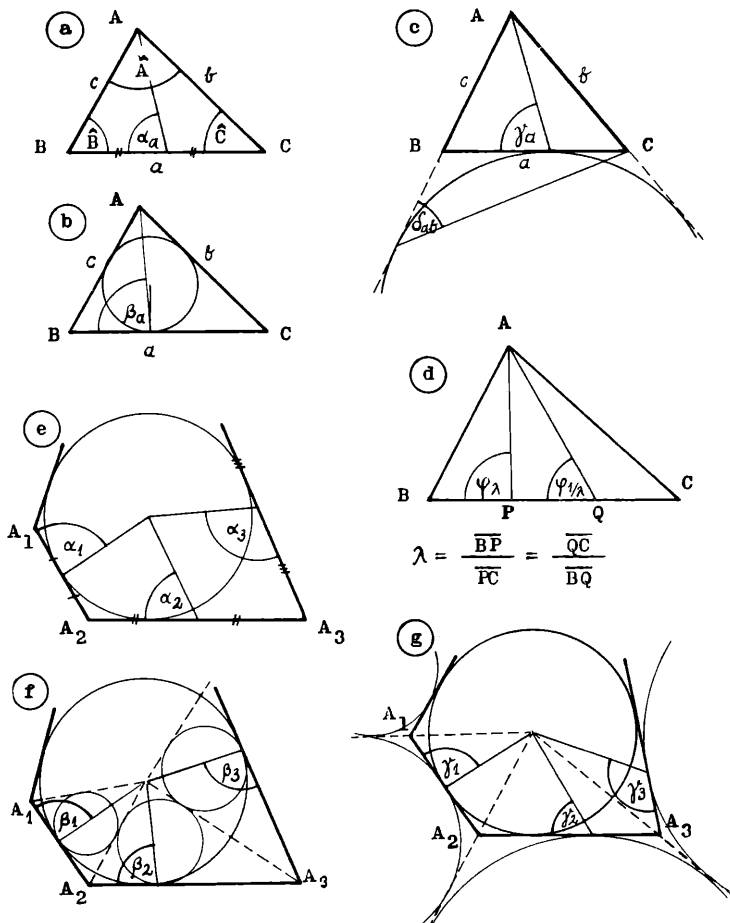
2. Tõestada järgmised võrdused (tähistusi vt. joon.1, b).

$$a) \cot \beta_a = \frac{1}{2} [\tan(\hat{B}/2) - \tan(\hat{C}/2)]$$

$$b) \cot \beta_a + \cot \beta_b + \cot \beta_c = 0$$

$$c) \cot \beta_a \tan(\hat{A}/2) + \cot \beta_b \tan(\hat{B}/2) + \cot \beta_c \tan(\hat{C}/2) = 0$$

$$d) \cot \beta_a \sin^2(\hat{A}/2) + \cot \beta_b \sin^2(\hat{B}/2) + \cot \beta_c \sin^2(\hat{C}/2) = 0$$



Joon.1. Ülesannetes kasutatud tähistused. $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ - kolmnurga ABC tipunurgad; A_1, A_2, \dots, A_n - puutujahulknurga tipud (hulknurk on kujutatud osaliselt); α - nurgad külje keskpunkti tõmmatud lõigu ja külje vahel; β - nurgad siseringjoone ja külje puutepunkti tõmmatud lõigu ning külje vahel; γ - nurgad külgringjoone puutepunkti tõmmatud lõigu ja vastava külje vahel; d - nurk tipuga külgringjoone ja külje pikenduse puutepunktis. Indeksid näitavad nurkade asendit.

$$\begin{aligned} \text{e) } \cot^2 \beta_a + \cot^2 \beta_b + \cot^2 \beta_c &= \\ &= \frac{1}{2} [\tan^2(\hat{A}/2) + \tan^2(\hat{B}/2) + \tan^2(\hat{C}/2) - 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \cot \beta_a \cot \beta_b + \cot \beta_b \cot \beta_c + \cot \beta_c \cot \beta_a &= \\ &= \frac{1}{4} [1 - \tan^2(\hat{A}/2) - \tan^2(\hat{B}/2) - \tan^2(\hat{C}/2)]. \end{aligned}$$

3. Tõestada järgmised võrdused (tähistusi vt. joon. 1, c).

$$\text{a) } \cot \gamma_a = \frac{1}{2} [\cot(\hat{C}/2) - \cot(\hat{B}/2)]$$

$$\text{b) } \cot \gamma_a + \cot \gamma_b + \cot \gamma_c = 0$$

$$\text{c) } \cot \gamma_a \sin \hat{A} + \cot \gamma_b \sin \hat{B} + \cot \gamma_c \sin \hat{C} = 0$$

$$\text{d) } \cot \gamma_a \cot(\hat{A}/2) + \cot \gamma_b \cot(\hat{B}/2) + \cot \gamma_c \cot(\hat{C}/2) = 0.$$

4. Tõestada võrdus

$$\cot \varphi_a + \cot \varphi_{1/a} = \cot \hat{C} - \cot \hat{B}$$

(tähistusi vt. joon. 1, d).

5. Tõestada võrdus

$$\cot \delta_{ab} = \frac{1}{2} [\tan(\hat{A}/2) + \cot(\hat{B}/2)]$$

(tähistusi vt. joon. 1, c).

6. Kasutades ülesande 4 tulemust, tõestada võrdus

$$\cot \beta_a + \cot \gamma_a = \cot \hat{C} - \cot \hat{B}.$$

7. Võrdus

$$\cot \delta_{bc} - \cot \delta_{cb} = \cot \hat{C} - \cot \hat{B}$$

tuleneb ülesandest 5. Näidata, et see võrdus on tuletatav ka ülesandest 4.

8. Tõestada, et n-külgses puutujahulknurgas kehtivad järgmised võrdused (tähistusi vt. joon. 1, e, f, g).

$$\text{a) } \sum_i \cot \alpha_i = 0$$

$$\text{b) } \sum_i \cot \beta_i = 0$$

$$\text{c) } \sum_i \cot \gamma_i = 0.$$

Ülesandeid elementaararvmatemaatikast
8. klassi õpilastele

H. Espenberg

1. Tõestada, et igas kolmnurgas on mediaanide summa väiksem kolmnurga ümbermõõdust ning suurem poolest ümbermõõdust.

2. On antud ringjoon diameetriga AB ning väljaspool ringjoont punkt M , mis ei asu sirgel AB . Joonestada ainult joonlaua abil punktist M ristlõik sirgele AB .

3. Ringjooned raadiustega r ja R puutuvad teineteist väliselt. Puutepunkti kaugus nende ringjoonte ühisest puutujast on d . Tõestada, et $1/r + 1/R = 2/d$.

4. On antud võrdhaarne kolmnurk ABC ja kolmnurga alusel AB punkt P . Leida kolmnurga alusega paralleelne lõik MN nii, et selle lõigu otsepunktid asuksid kolmnurga haaradel ja $\angle MPN = 90^\circ$.

5. Kolmnurga ABC kõrgused on AD ja BE . Tõestada, et kolmnurk CDE on sarnane kolmnurgaga ABC .

6. Punkt M asub 60° -se nurga sees, kusjuures punkti M kaugused nurga haaradest on 2 ja 11. Leida punkti M kaugus nurga tipust.

7. Täisnurkse kolmnurga ühe kaateti keskpunktist on tõmmatud ristlõik hüpotenuusile. Tõestada, et hüpotenuusil tekkinud lõikude ruutude vahe võrdub teise kaateti ruuduga.

8. Teravnurkse kolmnurga kaks külge on 20 cm ja 23,2 cm. Kolmnurga ümberringjoone raadius on 14,5 cm. Leida kolmnurga kolmas külg.

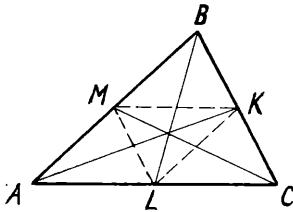
9. Täisnurkse kolmnurga üks teravnurk on 15° . Tõestada, et neljakordne kaatetite korrutis võrdub hüpotenuusi ruuduga.

Lk. 61 toodud ülesannete lahendused

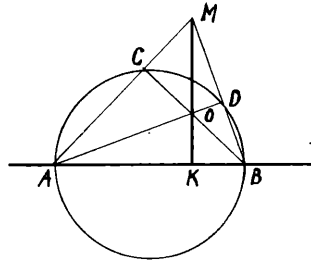
1. Olgu kolmnurga ABC küljed $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ ning mediaanid $AK = m_1$, $BL = m_2$, $CM = m_3$ (joon.1). Kolmnurkadest ABK, BCL ja ACM saame, et $m_1 > c - a/2$, $m_2 > a - b/2$, $m_3 > b - c/2$. Liites need võrratused saame $m_1 + m_2 + m_3 > (a+b+c)/2$.

Kolmnurkadest AMK, BKL ja CLM saame, et $m_1 < b/2 + c/2$, $m_2 < a/2 + c/2$, $m_3 < a/2 + b/2$. Liites need võrratused, saame $m_1 + m_2 + m_3 < a+b+c$.

2. Joonestame sirged AM ja BM, mis lõikavad ringjoont punktides C ja D (joon.2.). Lõigud AD ja BC on kolmnurga ABM kõrgusteks ($\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ kui diameetrile toetuvad piirdeürgad). Otsitavaks ristlõiguks on lõik MK, mis läbib kõrguste lõikepunkti O.



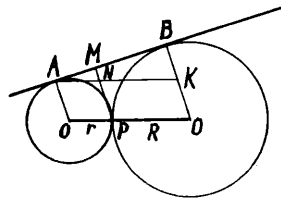
Joon. 1.



Joon. 2.

3. Olgu ringjoonte ühine puutuja AB ja $PM \perp AB$ (joon.3). Kolmnurkade AMN ja ABK sarnasuse

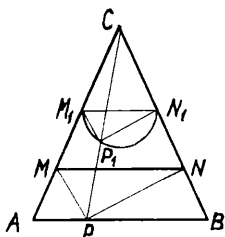
tõttu $AK/AN = BK/MN$. Et $AK = r+R$, $AN = r$, $BK = R-r$, $MN = d-r$, siis $(r+R)/r = (R-r)/(d-r)$. Siit $d = 2rR/(r+R)$, $\frac{r+R}{rR} = \frac{2}{d}$ ja $\frac{1}{r} + \frac{1}{R} = \frac{2}{d}$.



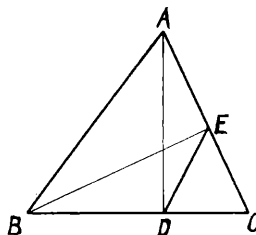
Joon. 3.

4. Võtame vabalt lõigu M_1N_1 nii, et $M_1N_1 \parallel AB$ (joon.4). Lõigule M_1N_1 kui diameetrile ehitame poolringjoone, mis lõikub sirgega CP punktis P_1 . Joonestades $PM \parallel P_1M_1$ ja $PN \parallel P_1N_1$, saamegi otsitava lõigu MN .

5. Kolmnurgad ADC ja BEC on sarnased, sest $\angle DAC = \angle CBE$ ja $\angle ADC = \angle BEC$ (joon. 5). Seega $EC/DC = BC/AC$. Siit järeldubki kolmnurkade CDE ja ABC sarnasus (neil kolmnurkadel on ühine nurk C ning kaks paari külgi on võrdelised).



Joon. 4.



Joon. 5.

6. Pikendame lõiku AM lõikumiseni nurga teise haaraga punktis D (joon. 6). Et $\angle BDM = 30^\circ$, siis $MD = 2BM = 22$ ja $AD = 24$. Et $OD = 2OA$, siis Pythagorase teoreemi põhjal

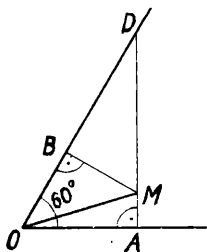
$$4OA^2 = OA^2 + AD^2,$$

$$OA^2 = 192$$

ning

$$OM^2 = OA^2 + AM^2 = 196,$$

$$OM = 14.$$



Joon. 6.

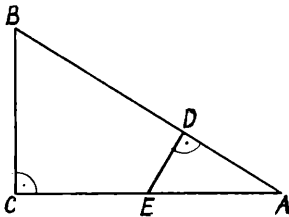
7. Olgu $BC = a$, $AB = b$ ning kaateti AC keskpunktist E hüpotenuusile tõmmatud ristlõik ED jaotagu hüpotenuus osadeks $AD = q$ ja $BD = p$ (joon. 7). Kolmnurkade AED ja ABC sarnasuse tõttu $EA/AB = AD/AC$. Seega $b/2(p+q) = q/b$ ja $b^2 = 2pq + 2q^2$. Nüüd saame Pythagorase teoreemi põhjal

$$\begin{aligned}
 a^2 + b^2 &= (p + q)^2, \\
 a^2 + 2pq + 2q^2 &= p^2 + 2pq + q^2, \\
 p^2 - q^2 &= a^2.
 \end{aligned}$$

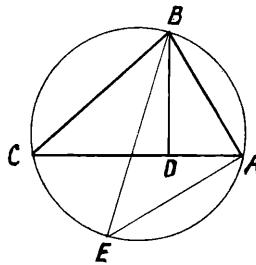
8. Olgu $AB = 20$ cm, $BC = 23,2$ cm (joon. 8). Joonestame diameetri BE ja $BD \perp AC$. Kolmnurgad ABE ja DCB on sarnased ($\angle BAE = \angle BDC = 90^\circ$ ja $\angle AEB = \angle DCB$ kui samale kaarele toetuvad piirdenurgad). Järelikult $AB/BD = BE/BC$, millest

$$BD = \frac{20 \cdot 23,2}{29} = 16.$$

Pythagorase teoreemi abil leiame, et $AD = 12$ ja $CD = 16,8$. Seega $AC = 28,8$ cm.



Joon. 7.



Joon. 8.

9. Olgu $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $\angle ABC = 15^\circ$ (joon. 9). Joonestame AD nii, et $\angle BAD = 15^\circ$. Siis $\angle DAC = 60^\circ$, $\angle ADC = 30^\circ$, $AD = 2AC = 2b$ ja

$BD = AD = 2b$. Pythagorase teoreemi põhjal $DC^2 = AD^2 - AC^2$,

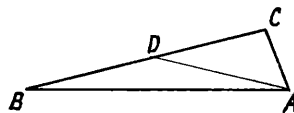
$$DC = b\sqrt{3}.$$

Et $a = BC = BD + DC = 2b + b\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})b$, siis

$$4ab = (8 + 4\sqrt{3})b^2$$

ja $c^2 = a^2 + b^2 = (4 + 4\sqrt{3} + 3)b^2 + b^2 = (8 + 4\sqrt{3})b^2$, ning

$$4ab = c^2.$$



Joon. 9.

UUED LENNUD MATEMAATIKUID
TARTU RIIKLIKUST ÜLIKOOLIST

1975. a. lõpetasid

- Rakendusmatemaatikud¹
- | | |
|---|---|
| 1. Burmakina, Tatjana
(H. Härsing ⁺) | 12. Küpersep, Olga
(T. Möls) |
| 2. Goldenberg, Klaara
(J. Solovjova ⁺) | 13. Levo, Asta
(dots. J. Kiho) |
| 3. Gontšarenko, Julia
(dots. S. Baron) | 14. Lissenko, Oleg
(S. Ohhota ⁺) |
| 4. Jõeäär, Milvi
(E. Korjus ⁺) | 15. Metsalu, Mart
(T. Saluäär ⁺) |
| 5. Järvpõld, Sirje
(A. Parring) | 16. Metsalu, Sirje
(A.-A. Jägel ⁺) |
| 6. Kalder, Mare
(dots. L. Kivistik) | 17. Nurga, Peeter
(dots. A. Tauts) |
| 7. Karpenko, Ljudmila
(prof. G. Vainikko) | 18. Reinok, Mare
(H. Hurt ⁺) |
| 8. Kets, Ester
(dots. E. Tamme) | 19. Šilman, Anna
(prof. G. Vainikko) |
| 9. Kihva, Reet
(dots. J. Kiho) | 20. Toomel, Katrin
(dots. E. Tiit) |
| 10. Krinal, Maila
(J. Kirs) | 21. Uri, Mae
(dots. L. Kivistik) |
| 11. Kurvits, Anu
(dots. I. Vainikko) | 22. Velbaum, Inna
(dots. I. Kull) |
| | 23. Vohmjanin, Oleg
(prof. G. Vainikko) |

¹ Sulgudes on näidatud diplomitöö juhendaja. Juhendajad väljastpoolt ülikooli on märgitud ristikesega. Juhendajat ei ole märgitud nendel, kes lõpetasid riigieksamitega.

Matemaatikud

1. Aleksa, Mare
(K. Jurkatamm)
 2. Nigul, Agu
(dots. A. Tauts)
 3. Normak, Peeter
(dots. M. Kilp)
 4. Riispere, Rein
(dots. S. Baron)
 5. Samarüütel, Ülo
(prof. G. Kangro)
 6. Trifonov, Peeter
(dots. S. Baron)
 7. Vään, Toomas
(K. Märtin[†])
5. Kaare, Mare
 6. Kallak, Kaie
 7. Kanarik, Aime
(K. Ariva)
 8. Laur, Veera
(dots. O. Prints)
 9. Laurimaa, Edvig
(dots. O. Prints)
 10. Lutsoja, Viia
 11. Nigul, Marika
(prof. Ü. Lepik)
 12. Nisamedtinov, Ramil
(dots. A. Tauts)
 13. Pulk, Reti
(dots. J. Reimand)

Matemaatikud- matemaatikaõpetajad

1. Aavasalu, Mai
(dots. J. Reimand)
 2. Joamets, Lia
 3. Jõgi, Helmer
(prof. Ü. Lumiste)
 4. Jürgens, Liidia
(E. Mitt)
14. Raidma, Kaie
(K. Ariva)
 15. Raidma, Leo
 16. Riimaa, Toivo
 17. Sarapik, Elina
(K. Velsker)
 18. Tang, Aune
 19. Vaga, Malle
 20. Vidil, Vilma

1 9 7 6 . a . 1 8 p e t a s i d

Rakendusmatemaatikud

1. Anohhina, Galina
(dots. E. Reimers)
 2. Bronštein, Aleksander
(dots. Ü. Kaasik)
 3. Drozdov, Aleksander
(dots. E. Tamme)
 4. Ebrok, Erika
(I. Saarniit)
5. Filatova, Ljudmila
(J. Pääsuke[†])
 6. Hütt, Helgi
(A. Villems)
 7. Jakobson, Liisi
(M. Sulg[†])
 8. Koppel, Sirje
(dots. L. Roots)

- | | |
|--|---|
| 9. Kozlov, Vladimir
(J. Sutt ⁺) | 27. Suurna, Valeri
(T. Eenmaa ⁺) |
| 10. Krupenski, Aleksei
(dots. E. Šehtman ⁺) | 28. Šandrik, Aleksander
(dots. E. Tamme) |
| 11. Langinen, Ljudmila
(L. Gilin ⁺) | 29. Šehtman, Boris
(prof. G. Vainikko) |
| 12. Leping, Vambola
(R. Prank) | 30. Toomingas, Tiiu
(E. Keler ⁺) |
| 13. Lippus, Tiiu
(R. Prank) | 31. Tšekalenko, Larissa
(V. Revako ⁺) |
| 14. Litvak, Sergei
(dots. Ü. Kaasik) | 32. Tõnson, Helle
(M. Telliskivi ⁺) |
| 15. Loit, Signe
(L. Prisk ⁺) | 33. Veingold, Svetlana
(V. Grigorenko ⁺) |
| 16. Maier, Tatjana
(dots. J. Kiho) | Matemaatikud |
| 17. Mäe, Anu
(T. Roosalu ⁺) | 1. Abo, Viktor
(dots. M. Kilp) |
| 18. Orav, Ene
(R. Karpenko ⁺) | 2. Aävelt, Marina
(dots. I. Vainikko) |
| 19. Peet, Pille
(P. Eelma) | 3. Kiviste, Andres
(dots. A. Nilson ⁺) |
| 20. Piskarev, Sergei
(prof. G. Vainikko) | 4. Kiviste, Külliki
(dots. A. Nilson ⁺) |
| 21. Plotkina, Ljudmila
(L. Gilin ⁺) | 5. Lepik, Rein
(prof. G. Vainikko) |
| 22. Podlipski, Oleg
(dots. E. Reimers) | 6. Lippus, Jüri
(dots. H. Tüرنpu) |
| 23. Rannamets, Ene
(E. Metsar ⁺) | 7. Loide, Indrek
(dots. A. Tauts) |
| 24. Ridala, Helju
(dots. E. Tiit) | 8. Mikkov, Ann
(dots. M. Kilp) |
| 25. Sentjurova, Svetlana
(dots. E. Tamme) | 9. Mikkov, Peeter
(dots. H. Tüرنpu) |
| 26. Sildnik, Inge
(G. Jakobson ⁺) | 10. Palginõmm, Mai
(dots. M. Kilp) |

- | | |
|---|---|
| 11. Pallas, Lea
(dots. I. Vainikko) | 4. Kalda, Tiit |
| 12. Pallas, Lembit
(dots. H. Türrpu) | 5. Kallaste, Sirje
(A. Raudsepp) |
| 13. Pastak, Mari
(T. Möls) | 6. Kalmus, Ene |
| 14. Päeva, Heikki
(dots. M. Kilp) | 7. Laane, Mare |
| 15. Ridala, Peep
(dots. E. Tiit) | 8. Leivokene, Ellen
(dots. J. Reimand) |
| 16. Ruus, Raivo
(dots. I. Kull) | 9. Lorents, Tiina
(dots. A. Tauts) |
| 17. Ruus, Sirje
(dots. J. Lellep) | 10. Malenkova, Ludmilla |
| 18. Tuul, Anton
(I. Pustõlnik ⁺) | 11. Oja, Mart
(J. Afanasjev) |
| Matemaatikud-
matemaatikaõpetajad | 12. Peet, Jaano
(dots. M. Tõnnov) |
| 1. Erm, Tiit | 13. Pihlak, Ille
(dots. O. Prints) |
| 2. Hansen, Helju | 14. Punga, Aime
(K. Velsker) |
| 3. Hämarik Ülle-Mari
(dots. E. Jürimäe) | 15. Reimo, Juta |
| | 16. Rikk, Ester
(dots. J. Reimand) |
| | 17. Sarv, Maire |

1 9 7 7 . a . 1 8 p e t a s i d

Rakendusmatemaatikud

- | | |
|---|--|
| 1. Fandjušina, Svetlana
(M. Koit) | 7. Kivilaid, Marika
(dots. A. Nilson ⁺) |
| 2. Hartikainen, Anu
(dots. K. Soonets) | 8. Kütt, Joel
(A. Villems) |
| 3. Ilves, Aili
(prof. G. Vainikko) | 9. Laurand, Andrus
(P. Thalberg ⁺) |
| 4. Kain, Urve
(dots. E. Tamme) | 10. Linder, Üllas
(dots. J. Kiho) |
| 5. Kask, Rein
(dots. T. Möls) | 11. Lindström, Rein
(R. Prank) |
| 6. Kivilaid, Tiit
(dots. K. Soonets) | 12. Litvak, Tamara
(A. Villems) |

- | | |
|--|---|
| 13. Lume, Tiiu
(P. Eelma) | Matemaatikud |
| 14. Mihailova, Larissa
(dots. K. Soonets) | 1. Aun, Anne
(dots. H. Tüürpu) |
| 15. Muhhina, Nadežda
(dots. K. Soonets) | 2. Habicht, Juhan
(K. Kaarli) |
| 16. Petrov, Juri
(dots. T. Mõls) | 3. Hartikainen, Toivo
(dots. E. Jürimäe) |
| 17. Podlopskaja, Irina
(M. Fischer) | 4. Kahn, Jüri
(J. Kask) |
| 18. Randma, Olavi
(R. Tavast ⁺) | 5. Lepik, Mare
(dots. A. Tauts) |
| 19. Randma, Vivian
(J. Kask) | 6. Luik, Reet
(dots. S. Baron) |
| 20. Stalmeister, Eldur
(A. Villems) | 7. Lume, Leo
(dots. L. Kivistik) |
| 21. Sõber, Luule
(A. Pedas, J. Vilismäe) | 8. Metsalu, Jüri
(K. Laigna ⁺) |
| 22. Sõber, Tiit
(dots. J. Lellep) | 9. Metsalu, Pille
(dots. A. Tauts) |
| 23. Tallika, Lea
(T. Aus ⁺) | 10. Rips, Andrus
(dots. M. Abel) |
| 24. Tšertilina, Veera
(A.-M. Parring) | 11. Rüttna, Lehte
(dots. E. Tiit) |
| 25. Uude, Marika
(M. Koit) | 12. Sarv, Laur
(V. Nurmela ⁺) |
| 26. Vardja, Jüri
(dots. T. Mõls) | 13. Sokmann, Kaie
(dots. E. Jürimäe) |
| 27. Vares, Eugeni
(H. Virkus ⁺) | 14. Tammekivi, Jüri
(dots. E. Tamme) |
| 28. Vares, Helve
(dots. I. Kull) | 15. Toomsalu, Toomas
(V. Grigorenko ⁺) |
| 29. Voolaine, Andrus
(dots. T. Mõls) | 16. Uba, Jaak
(M. Krull ⁺) |
| 30. Rossiina, Natalja
(dots. S. Baron) | 17. Uibu, Madis
(T. Prank ⁺) |

Matemaatikud-
matemaatikaõpetajad

1. Aadusoo, Leidi
(A. Raudsepp)
2. Afanasjeva, Hilja
(dots. K. Velsker)
3. Freiberg, Edvi
(dots. O. Printits)
4. Joosep, Ain
(dots. J. Reimand)
5. Kikas, Helle
(K. Ariva)
6. Koovit, Anu
(dots. J. Reimand)
7. Lillemets, Juta
(dots. J. Reimand)
8. Mogom, Helve
(dots. O. Printits)
9. Mogom, Toivo
(dots. O. Printits)
10. Palm, Kristin
(J. Afanasjev)
11. Palm, Paul
(K. Ariva)
12. Sasi, Jüri
(P. Kreitzberg)
13. Sepp, Ariita
(dots. E. Mitt)
14. Sepp, Harry
(dots. K. Velsker)
15. Vahtras, Leini
(dots. O. Printits)
16. Valter, Maaja
(dots. E. Mitt)
17. Vellend, Aili
(J. Afanasjev)

1 9 7 8 . a . 1 8 p e t a s i d

Rakendusmatemaatikud

1. Altoment, Mihhail
(V. Tjomov⁺)
2. Bassarab, Kateriina
(J. Saan⁺)
3. Fleiderviš, Mihhail
(A. Parring)
4. Ingo, Jaan
(M. Koit)
5. Järv, Madis
(M. Meriste)
6. Kase, Lembe
(dots. K. Soonets)
7. Kivaste, Jaan
(H. Ohvril⁺)
8. Knjazihhin, Juri
(prof. G. Vainikko)
9. Korberg, Olga
(dots. M. Tõnnov)
10. Korsunski, Oleg
(R. Karpenko⁺)
11. Lissenko, Ksenia
(V. Tjomov⁺)
12. Markušina, Margarita
(dots. I. Saarniit)
13. Maršak, Aleksander
(prof. G. Vainikko)
14. Maršak, Jelena
(dots. I. Kull)
15. Merilo, Maaja
(prof. Ü. Lepik)

- | | |
|---|---|
| 16. Orehhov, Leonid
(H.Holm ⁺ , E.Kärgerberg ⁺) | 4. Hämarik, Uno
(prof. E. Tõugu ⁺) |
| 17. Orehova, Irina
(H.Holm ⁺ , E.Kärgerberg ⁺) | 5. Leht, Raivo
(M. Harf ⁺) |
| 18. Pedoson, Enno
(H. Tooming ⁺) | 6. Mustkivi, Peeter
(dots. A. Tauts) |
| 19. Pedoson, Merle
(dots. Ü. Kaasik) | 7. Oja, Tõnu
(prof. T. Frey ⁺) |
| 20. Petrova, Anna
(prof. G. Vainikko) | 8. Olenjev, Gennadi
(U. Kaljulaid) |
| 21. Raava, Ain
(dots. E. Tiit) | 9. Rohumäe, Tõnu
(P. Thalberg ⁺) |
| 22. Saar, Ellu
(dots. E. Tiit) | 10. Roosmaa, Tiit
(G. Jakobson ⁺) |
| 23. Simm, Eve
(A. Leiten) | |
| 24. Zagradskaja, Svetlana
(M. Rimmel ⁺) | Matemaatikud-
matemaatikaõpetajad |
| 25. Talpsepp, Endel
(dots. A. Tauts) | 1. Harkmann, Mare
(dots. O. Printits) |
| 26. Talur, Illo
(J. Kajari ⁺) | 2. Jürgenson, Sirje
(dots. J. Reimand) |
| 27. Terep, Nadežda
(dots. E. Tamme) | 3. Kallaste, Eve
(dots. J. Reimand) |
| 28. Toom, Mai
(U. Kaljulaid) | 4. Kuhi, Eha
(dots. J. Reimand) |
| 29. Toom, Olev
(M. Tombak) | 5. Kundla, Liivi
(dots. E. Mitt) |
| Matemaatikud | 6. Kundla, Väino
(dots. E. Mitt) |
| 1. Bogdanov, Oleg
(U. Vallner ⁺) | 7. Laupa, Viive
(dots. O. Printits) |
| 2. Bogdanova, Ulvi
(V. Korsunski ⁺) | 8. Loos, Külli
(A. Raudsepp) |
| 3. Ello, Peeter
(prof. Ü. Lumiste) | 9. Luik, Kersti
(dots. O. Printits) |
| | 10. Luuk, Silva
(dots. J. Reimand) |

- | | |
|---|---|
| 11. Manglus, Maire
(T. Lepmann) | 21. Riivits, Evi
(dots. K. Velsker) |
| 12. Martis, Anne
(dots. J. Reimand) | 22. Riivits, Rein
(K. Ariva) |
| 13. Martis, Ülo
(dots. O. Printis) | 23. Saarsoo, Hannes
(dots. K. Velsker) |
| 14. Merilo, Anu
(A. Raudsepp) | 24. Sepp, Viire
(dots. O. Printis) |
| 15. Mägi, Tatjana
(K. Ariva) | 25. Siimon, Marina
(T. Lepmann) |
| 16. Mändmets, Niina
(A. Raudsepp) | 26. Sõtšova, Ester
(A. Raudsepp) |
| 17. Paltšikov, Valeri
(dots. K. Velsker) | 27. Tamm, Reet
(dots. K. Velsker) |
| 18. Reiljan, Aime
(dots. E. Mitt) | 28. Valk, Peeter
(dots. A. Tauts) |
| 19. Reinson, Jaan
(dots. E. Mitt) | 29. Valdmets, Edda
(A. Raudsepp) |
| 20. Reitalu, Toivo
(K. Ariva) | 30. Vassiljeva, Enela
(dots. K. Velsker) |

(Algas lk. 3)

Seega, kui selgukski, et eri tsivilisatsioonidel on erinev matemaatika, võivad neis matemaatikates kajastuda samad olemise seadused, ainult formulatsioonid on nii erinevad, et neist ühe mõistetele ei ole võimalik teises vasteid leida. Seega võime lugeda samaaegselt õigeaks kontseptsiooni A, pidades silmas matemaatika abstraktset sisu (mis ei ole seotud väljenduste ega kujutlustega), samuti kontseptsiooni B, pidades silmas kujutlusi matemaatiliste seaduste avaldumisest looduses (olendeil, kellel on erinevad meeled, on need kujutlused erinevad), kui ka kontseptsiooni C, pidades silmas matemaatilisi formuleeringuid (need formuleeringud on tundmatu oeni erinevad tsivilisatsioonidel, kelle keelte struktuur põhjalikult erineb).

Eesti NSV-s ilmunud matemaatilist kirjandust *

1975 - 1977

ADVELT, M. ja KIVIDÄE, A. Informatsiooni kujutamine arvutis "Nairi-3" ja käsutiku koondtabel. Tln., 1977. 31 lk. (ENSV Haridusmin. rotapr.)

AFANASJEV, J., ARIVA, K., LEPMANN, T. ja RAUDESEPP, A. Matemaatika proseminari kontrolltööd. Trt., 1977. 36 lk. (TRÜ, rotapr.)

AGUR, U. ja HANSON, V. Veneesti-inglise väike arvutisõnastik. Tln., "Valgus", 1976. 108 lk. (ENSV TA Küb. Inst., rotapr.)

AJS BAASTARKVARA. Tln., 1975. 99 lk., ill. (ENSV TA Küb. Inst., rotapr.)

AKKEL, R. Matemaatilise statistika programmi kasutamise juhend. Saku, 1977. 20 lk. (rotapr.)

ALLIK, K. ja TEELÄR, M. Kõrgema matemaatika raamatupidamise ja tööstuse planeerimise erialade üliõpilastele. Loengukonsept. Tln., 1975. 252 lk. (TPI, rotapr.)

ARIVA, K. Vektorid. 1. Lineaartehted vektoritega. Trt., 1975. 42 lk., ill. (TRÜ, Mat. ja Füüsikakool M-XXXI, rotapr.)

ARIVA, K. ja TELGMAA, A. Matemaatika õpetamisest 5. klassis. Tln., 1976. 91 lk., ill. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

ARIVA, K., ETVERK, E., UNDUK, A. ja VIHMAN, A. Matemaatika õpetamisest VIII klassis. 2. tr. Tln., 1977. 72 lk., ill. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

ARIVA, K., TEELÄR, M. ja VELSKER, K. Matemaatika õpetamisest X klassis. 1.- 2. Tln., 1977. 1. osa 159 lk., ill. 2. osa 104 lk., ill. (ENSV Haridusmin. rotapr.)

ARVUTITE JA PROGRAMMEERIMISE LABORATOORSETE TÖÖDE JUHEND 2.- 3. Trt., 1977. 2. osa koost. J. KIHU, 30 lk. 3. osa koost. M. MERISTE, 11 lk. (TRÜ, rotapr.)

BARON, S. ja REIMERS, E. Matemaatilise analüüsi praktikum 3. 2. v. Trt., 1976. 276 lk., ill. (TRÜ, rotapr.)

BEKKER, M. B. Matemaatika olümpiaadide ülesanded 1.- 2. Tln., 1975. 1. osa 43 lk. 2. osa 140 lk. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

ESPENBERG, H. Analüütiline geometria. Trt., 1975. 76 lk., ill. (EPA, rotapr.)

ESPENBERG, H. ja VALLNER, H. Kõrgema matemaatika kordamisküsimused ja kontrolltööd Kaugõppeteaduskonna tehniliste osakondade I kursusele. Trt., 1975. 20 lk. (EPA, rotapr.)

ESPENBERG, H. ja VALLNER, H. Kõrgema matemaatika programm ja kontrolltööd Kaugõppeteaduskonna metsamajanduse eriala I kursusele. Trt., 1977. 18 lk., ill. (EPA, rotapr.)

ETVERK, E., TELGMAA, A., UNDUK, A. ja VIHMAN, A. Matemaatika õpetamisest VII klassis. Tln., 1975. 91 lk., ill. (ENSV Haridusmin.)

ETVERK, E., PRINTS, O. ja VELSKER, K. Matemaatika õpetamisest IX klassis. Tln., 1. tr. 1976. 132 lk. 2. tr. 1977. 132 lk. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

GELFAND, I., GLAGOLEVA, J. ja KIRILLOV, A. Koordinaatide meetod. 2., ümbertööt. tr. Tln., "Valgus", 1977. 89 lk., ill.

IFAC/IFIP SYMPOSIUM FOR COMPUTER CONTROL, 1-st. Tallinn, 1976. Preprints. SOCO-76. May 25-28. Tln., 1976. 304 lk., ill.

* M. Suurvälja kartoteegist.

- JAEGER, A. ja KAASIK, Ü. Juhi-
hiseid programmeerimiseks ar-
vutile EC-1022 keeles ASSEMB-
LER. Trt., 1977. 88 lk. (TRÜ,
rotapr.)
- JOKK, H., JÜRGENSON, R. ja
VÕHANDU, L. Arvutusmeetodid I.
Õppeabimaterjal. Tln., 1977.
94 lk., ill. (TPI, rotapr.)
- JOKK, V. ja VÕHANDU, L.
Programm, meetodiline juhend
ja kontrollitöö aines "Prog-
rammeerimine" kaugüliõpilas-
tele. Tln., 1976. 42 lk. (TPI,
rotapr.)
- JÕGI, A. ja ARRO, V. Tõenäo-
susteooria ja matemaatilise
statistika tabelid. Õppeabi-
materjal. Tln., 1976. 38 lk.
(TPI, rotapr.)
- JÕGI, T. Suurema raskus-
astmega kõrgema matemaatika
ülesandeid. Tln., 1976. 18 lk.
(TPI, rotapr.)
- JÕGI, T. ja KASS, P. Kom-
pleksmuutuja funktsioonid ja
operaatorarvutus. Ülesannete
kogu. Tln., 1975. 48 lk. (TPI,
rotapr.)
- JÜRGENSON, R. PL/1 ja DOS.
Loengukonspekt. Tln., 1975.
142 lk. (TPI, rotapr.)
- JÜRGENSON, R. PL/1-keele
eriteemasid. Loengukonspekt.
Tln., 1975. 163 lk. (TPI, ro-
tapr.)
- JÜRGENSON, R. Programmeeri-
mine kolmanda põlvkonna arvu-
teile. Tln., "Valgus", 1977.
487 lk., ill.
- JÜRGENSON, R. Programmeer-
imiskeel PL/I. Loengukonspekt.
Tln., 1975. 225 lk. (TPI, rota-
pr.)
- JÜRGENSON, R. Sisend-väl-
jund keeles PL/I. Loengukons-
pekt. Tln., 1975. 199 lk. (TPI,
rotapr.)
- JÜRIMÄE, E. Kompleksarvud.
2. Kompleksarvu trigonomeetri-
line kuju. Juhendmaterjal II
ja III kursuse õpil. Trt.,
1975. 22 lk. (TRÜ, Mat. ja Füü-
sikakool, rotapr.)
- JÜRIMÄE, E. Kompleksmuutu-
ja funktsioonide teooria. I.
Elementaarfunktsioonid. 3. õm-
bertõstatud ja parandatud tr.
Trt., 1977. 83 lk., ill. (TRÜ,
rotapr.)
- JÜRIMÄE, E. ja SOKMANN, K.
Matemaatika ülesandeid TRÜ-
sse astujaile. Trt., 1977. 60
lk., ill. (TRÜ, rotapr.)
- KAASIK, J. ja KAASIK, Ü.
Kombinatorika. Juhendmater-
jal II kursuse matemaatikute-
le. Trt., 1976. 18 lk., ill.
(TRÜ, Mat. ja Füüsikakool.
M-XXXVI, rotapr.)
- KAASIK, Ü. Keerülesanded.
Juhendmaterjal I ja II kursu-
se õpil. Trt., 1975. 23 lk.
(TRÜ, Mat. ja Füüsikakool.
M-XXX ja M-XXXIX, rotapr.)
- KAASIK, Ü. Lihtsaid ja kee-
rulisid. Tln., "Valgus",
1. osa 2. täiend. tr. 1975, 312
lk., ill. 2. osa 1977, 260 lk.,
ill.
- KASS, A. Lineaaralgebra
ülesannete kogu. Tln., 1975.
34 lk. (TPI, rotapr.)
- KAUGÕPPEKESKKOOLIDE TÖÖ-
JUHEMID 1977/78. ÕPPEAASTAKS.
MATEMAATIKA XI KL. Tln., 1977.
80 lk., ill. (ENSV Haridusmin.,
rotapr.)
- KIHO, J. ja MERISTE, M. Ar-
vutite ja programmeerimise
laboratoorse tööde juhend.
1. Trt., 1976. 36 lk., ill.
(TRÜ, rotapr.)
- KOOLIMATEMATIKA. 2. Met.
materjale. Trt., 1975. 40 lk.
(TRÜ)/Artiklite autorid: O.
PRINITS, A. NURK, A. EERO, K. AIG-
RO, L. TARTES, H. KEERUTAJA, J.
AFANASJEV, L. LEPMANN, A. VASSIL/
KOOLIMATEMATIKA. 3. Met.
materjale. Trt., 1976. 40 lk.
(TRÜ, rotapr.) /Art. autorid:
A. MEIUS, O. PRINITS, A. TÕRU, K.
VELSKER, R. RUGA, K. ARIVA, L. LEP-
MANN, J. AFANASJEV, E. MITT, M.
VALTER, A. RAUDSEPP, J. REI-
MAND/

KOOLIMATEMAATIKA.4. Met. materjale. Trt.,1977. 44 lk. (TRÜ, rotapr.)/Art. autorid: O.PRINITS, T.KIUDORV, A.VALLNER, E.MITT, A.LIND, A.RAUDSEPP, O.KARU, V.SILLASTE, L.LEPMANN, J.REIMAND,K.KUSNETS/

KOOLIMATEMAATIKA KAASAEGSEID PROBLEEME. Vabar. tead.-metoodil. konv. teesid. Trt., 1977. 108 lk.,ill. (TRÜ. ENSV Haridusmin.,rotapr. - Tekst eesti ja vene k.)

KOORT,A. Tõenäosusteooria ja statistilised meetodid. Loengukonsept. 2-3. Tln., 1976. 2. osa 80 lk.,ill. 3. osa 80 lk.,ill. (TPI, rotapr.)

KRAAVING,M.,PALUVER,N., RÜNK,O. ja VALLAS,E. Kujutav geomeetria. Tln.,1977. Harjutusülesanded. 56 lk.,ill. Lissaharjutusülesanded ehituslikele erialadele.22 lk.(TPI, rotapr. - Paralleeltekst vene k.)

KULL,H. Matemaatika kontrolltööd IX klassile. Tln., "Valgus", 1977. 36 lk.

KULL,I. Transpordiülesanded. Trt.,1976. 27 lk.,ill. (TRÜ. Mat. ja Füüsikakool. M-XL, rotapr.)

KÕIV,H. ja SEERO,M. Matemaatika. Met. materjalid ettevalmistuskursustel õppijaile. Tln.,1975. 34 lk. (TPI,rotapr.)

KÕIV,H., SÕRMUS,I. ja LIIV,H. Matemaatika ülesannete kogu ettevalmistusosakonna ja -kursuste kuulajaile. 3. Tln., 1976. 38 lk. (TPI, rotapr.)

KÕRESAAR,L. Matemaatika kirjalikud tööd kutsekeskkooli II kursusele. Met. lisamaterjal. Tln.,1975. 56 lk.(ENSV MN Riikl.Kutsehar.Kom.õppemet. kab.,rotapr.)

KÕRGEM MATEMAATIKA. Programm, met. juhendid ja kontrolltööde ülesanded insenermaj. erialade I kursuse kaugüliõpil. Tln.,1975. 52 lk. (TPI, rotapr.)

KÕRGEMA MATEMAATIKA ELEMEN- DID JA MATEMAATILISTE MEETODI- TE RAKENDAMINE PSÜHHOLOOGIAS. Õppemet. juhend ajalooteadusk. psühh.osak. III kursuse kaug-üliõpil. Trt.,1976. 4 lk.(TRÜ, rotapr.)

KÄRNER,M. Tööjuhendid kaug-õppekeskkoolidele 1976/77. õppeaastaks. Matemaatika IX kl. Tln.,1976. 96 lk.,ill. (ENSV Haridusmin.,rotapr.)

KÄRNER,M. Tööjuhendid kaug-õppekeskkoolidele 1976/77. õppeaastaks. Matemaatika X kl. Tln.,1977. 76 lk.,ill. (ENSV Haridusmin.,rotapr.)

KÄRNER,O. Standardiseeritud kontrolltööd matemaatikast. Tln.,1976. IV kl. - 60 lk.,V kl. - 68 lk., VI kl. - 60 lk., VII kl. - 60 lk.

KÄSNAR,V. Ülesandeid arvutusmasinate praktikumiks.Trt., 1976. 52 lk. (EPA,rotapr.)

LAMP,J. ja TEEÄÄR,M. Kõrgem matemaatika. Programm, met. juhendid ja kontrolltööde ülesanded insenermaj. erialade II kursuse kaugüliõpil. Tln.,1976. 52 lk.,ill. (TPI, rotapr.)

LEITEN,A. Arvutusmeetodite praktikumi tööjuhendid. 1-2. Trt. 1. 1976. 35 lk.,ill. 2. 1977. 36 lk. (TRÜ, rotapr.)

LELLEP,J. Kõrgem matemaatika. Diferentsiaalvõrrandid ja read. Trt.,1977. 62 lk. (TRÜ, rotapr.)

LELLEP,J. ja ROOTS,L. Staatika taacakaalutingimused. Juhendmaterjal I ja II kursuse õpil. Trt.,1977. 39 lk.,ill. (TRÜ,Mat ja Füüsikakool,F-IX, rotapr.)

LEPK,Ü. ja ROOTS,L. Teoreetiline mehaanika füüsika-keemiateadusk. füüsika osak. II kursusele. Programm ja kontrollküsimumused. Trt.,1976. 11 lk. (TRÜ, rotapr.)

- LEPIK, Ü. ja SOONETS, K. Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika keemikutele. 1. Trt., 1975. 174 lk., ill. (TRÜ, rotapr.)
- LEPMANN, L. ja LEPMANN, T. Elementaar matemaatika. 4. Mat. ettevalmistusosak. õppijaile. Trt., 1976. 80 lk. (TRÜ, rotapr.)
- LEPMANN, L. ja LEPMANN, T. Matemaatika ettevalmistusosak. õppijaile. Trt., 1977. 44 lk. (TRÜ, rotapr.)
- LEVIN, M. ja UIM, S. Arvutusmeetodite käsiraamat. 2., täiend. tr. Tln., "Valgus", 1977. 320 lk., ill.
- LIETZMANN, W. Hiiglased ja käsbused arvude riigis. Tln., "Valgus", 1975. 52 lk.
- LIIV, H. ja KÕIV, H. Matemaatika ülesannete kogu ettevalmistusosakonna ja -kursuste kuulajaile. 4. Tln., 1977. 40 lk. (TPI, rotapr.)
- LINTS, A. Matemaatika kontrolltööde korraldamisest ja hindamisest 1. klassis. Tln., 1977. 16 lk. (ENSV Haridusmin., rotapr.)
- LINTS, A. Matemaatika õpetamisest II klassis. Met. nõuandeid õpet. Tln., "Valgus", 1977. 136 lk., ill.
- MATEMAATIKA IX KLASS. Tem. plaan. Tln., 1976. 24 lk. Rotapr.
- MATEMAATIKA JA KAASAEG. Abimaterjale matemaatika õpetajatele ja õppijatele. XX. Trt., 1975. 195 lk., ill. (TRÜ.) /Art. autorid: M. KILP, J. GABOVITŠ, H. KILP, U. KALJULAI, E. TAMME, J. TAPPER, Ü. KAASIK, M. MERISTE, T. PRANK, I. MAUER, K. ARIVA, A. VASSIL, Ü. LUMISTE. - Kroonika. - Bibliograafia. - Ülesandeid. - Koondregistrid "Matemaatika ja kaasaja" vihkutele 1 - 20/
- MATEMAATIKA ÕPETAMISE ERI-METOODIKA PROGRAMM TRÜ DEFEKTOLOOGIA OSAKONNA ÜLIÕPILAS-TELE. Trt., 1975. 12 lk. Rotapr.
- MATEMAATIKA JA MEHHAANIKA-ALASEID TÖID. XV. Trt., 1975. 255 lk. (TRÜ toimetised 355. Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.) /Art. autorid: S. BARON, Ü. KAASIK, E. REIMERS, A. TAUTS, J. GABOVITŠ, A. FLJAIŠER, K. RIIVES, I. MAASIKAS, A. PARRING, H. KILP, E. OJA, L. LOONE, T. TÄHT, A. KIVINUKK, V. SOOMER, D. KOGAN, N. VESKE, H. TÜRNPÜ, J. SIKK, E. TAMME, A. ONOPER, L. ROOTS, J. LELLEP/
- MATEMAATIKA JA MEHHAANIKA-ALASEID TÖID. XVI. Trt., 1975. 246 lk. (TRÜ toimetised 366. Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.) /Art. autorid: E. REDI, V. FLJAIŠER, P. PUUSEMP, K. KAARLI, E. ABEL, S. RUDAKOV, K. RIIVES, J. VOROŠNINA, R. KUNDER/
- MATEMAATIKA JA MEHHAANIKA-ALASEID TÖID. XVII. Trt., 1975. 304 lk. (TRÜ toimetised 374. Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.) /Art. autorid: S. RIIVES, A. FLJAIŠER, K. RIIVES, I. MAASIKAS, E. ABEL, H. KILP, M. ABEL, E. HERINGSON, E. OJA, E. KOLK, T. TÄHT, J. LAMP, J. SIKK, J. LIPPUS, P. OJA, O. KARMA, M. KOIT, L. ROOTS, E. SAKKOV, I. VAINIKKO, J. LELLEP, Ü. LEPIK, K. SOONETS, E. SAKS, E. VIRMA/
- MATEMAATIKA JA MEHHAANIKA-ALASEID TÖID. XVIII. Trt., 1976. 203 lk. (TRÜ toimetised 390. Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.) /Art. autorid: A. TAUTS, E. REDI, V. FLJAIŠER, P. PUUSEMP, K. KAARLI, H. ESPENBERG, K. RIIVES/
- MATEMAATIKA JA MEHHAANIKA-ALASEID TÖID. XIX. Funktsionaalanalüüs ja rakendused. Trt., 1977. 160 lk. (TRÜ toimetised 430. Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.) /Art. autorid: S. BARON, E. REIMERS, M. ABEL, E. KOLK, T. TÄHT, V. ŽUK, G. NATANSON, J. SIKK, G. VAI-

NIKKO, P. MIIDLA, I. SAARNIIT, M. FISCHER, M. KAMENSKI, K. SOONETS, I. VAINIKKO, Ü. LEPIK, J. LELLEP, E. SAKS, J. NEMIROVSKI/

MATEMAATIKA JA MEHHAANIKA-ALASEID TÖID. XX. Algebra ja geomeetria. Trt., 1977. 161 lk. (TRÜ toimetised 431. Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.) /Art. autorid: J. GABOVITŠ, H. SILDOS, P. NORMAK, U. KALJULAID, E. ABEL, E. OJA, N. VESKE, J. SIKK, H. TÜRNPÜ, A. PEDAS, K. RIIVES/

MATEMAATIKA ÕPETAJA INDIVIDUAALSE ENESETÄIENDAMISE PROGRAMM. Tln., 1975. 35 lk. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

MATEMAATILINE PLANEERIMINE. 1-2. Trt. 1. TIIDT, U. Liinearalgebra elemendid. 1977, 96 lk., ill. 2. TIIDT, U. ja VALLNER, H. 1976, 100 lk., ill. (EPA, rotapr.)

MATEMAATILISTE KUJUTLUSTE ARENDAMISEST KOOLIELETSETES LASTEASUTUSTES. Koost. A. ROHTLA. Tln., 1975. 56 lk. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

MEEH, L. Kõrgema matemaatika harjutusülesanded agrotehnikateaduskonna üliõpilastele. Trt., 1975. 87 lk., ill. (EPA, rotapr.)

MITT, E. Matemaatilisest loogikast. Lausearvutus. Trt. 1976. 30 lk. (TRÜ. Mat. ja Füüsikakool. M-XXXVIII, rotapr.)

MÄHAR, A., TOOTSMAN, H. ja VEEBER, V. Matemaatika kontrolltööd IV kl. Tln., "Valgus" 1977. 41 lk.

MÄHAR, A., TOOTSMAN, H. ja VEEBER, V. IV klassi matemaatika kontrolltööde vastused. Tln., 1977. 19 lk. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

MÄND, H. Operatsioonisisusteemi DOS ja ASSEMBLER-keele kasutamine andmetöötluse automatiseerimisel. Met. materjalid programmeerijale. Tln.,

1977. 83 lk. Rotapr.

MÜÜRSEPP, P. Kuulsaid XVII-XVIII sajandi matemaatikuid. Tln., "Valgus", 1975. 84 lk., 12 lk. ill.

NEARE, V. Matemaatika õpetamise erimetoodika programm ja õppemethodiline juhend defektoloogiasakonna III-IV kursuse statsionaarsetele ja III-V kursuse kaugüliõpilastele. Trt., 1976. 19 lk. (TRÜ, rotapr.)

NURK, E. 6. klassi matemaatika kontrolltööde vastused. Tln., 1977. 23 lk. (ENSV Haridusmin., rotapr.)

NURK, E. Matemaatika kontrolltööd 6. kl. Tln., "Valgus" 1977. 72 lk., ill.

NÄREP, J., KOHVER, K., TOOM, A. ja KLESMENT, A. Matemaatika. VIII klass. Tem. plaan. Tln., 1977. 51 lk. Rotapr.

ORE, O. Graafid ja nende kasutamine. (Tõlge ingl. k. Eessõna M. Kilp) Tln., "Valgus" 1976. 139 lk., ill.

PARRING, A. ja TIIT, E. Matemaatiline statistika. 2. Trt., 1975. 204 lk., ill. (TRÜ, rotapr.)

PEKELIS, V. Kirev kübernetika. Muljed, avastused, juhtumised, ülestähendused, mõtisklused, kuuldu ja nähtu - viiskümmend motiivi kübernetikast kõnelemiseks. Tln., "Valgus", 1976. 256 lk., ill.

PIKKOV, L. Tehnoloogiliste protsesside matemaatiline modelleerimine. 1. Determineeritud mudelid. Loengukonspekt. Tln., 1976. 56 lk., ill. (TPI, rotapr.)

PRINTS, O. Valik koolimatematika ülesandeid. (1975.a. TRÜ sisseastumiseksamite ülesanded.) 1.-2. tr. Trt., 1976-1977. Mõlemad 56 lk., ill. (TRÜ, rotapr.)

PROGRAMME KÕIGILE 9. Statistiline andmetöötlussüsteem.

- Trt., 1975. 118 lk. (TRÜ, rotapr.)
- PROGRAMME KÕIGILE 10.** Fortran arvutile "Minsk-32". Koost Ü. KAASIK ja H. NIILISK. Trt., 1975. 199 lk. (TRÜ, rotapr.)
- PROGRAMME KÕIGILE 11.** Statistiline andmetöötlussüsteem. Trt., 1976. 88 lk., ill. (TRÜ, rotapr.)
- PROGRAMME KÕIGILE 12.** Fortrani põhimõisted. Koost. Ü. KAASIK. Trt., 1977. 80 lk. (TRÜ, rotapr.)
- PROGRAMME KÕIGILE 13.** Fortran arvutile EC-1022. Koost. Ü. KAASIK. Trt., 1977. 88 lk. (TRÜ, rotapr.)
- PUNGAR, P.** Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika meetodiline juhend ja kontrolltöö ülesanded majandus-teaduskonna kaugüliõpilastele. Tln., 1976. 24 lk. (TPI, rotapr.)
- PURJU, E.** Aegread. (õppevahend). Trt., 1975. 77 lk. (TRÜ, rotapr.)
- REIMAND, J. ja VELSKER, K.** Elementaararvmatematika. 1. Algpäritikum. 3. tr. Trt., 1977. 127 lk., ill. (TRÜ, rotapr.)
- RIIVES, S.** Kujutava geometria harjutusülesandeid kontrollküsimustega. 1. Trt., 1976. 124 lk., ill. (EPA, rotapr.)
- RIIVES, S.** Kujutava geometria kontrolltööde meetodiline juhend. Trt., 1976. 19 lk., ill. (EPA, rotapr.)
- ROOTS, H., KÕIV, H. ja LIIV, H.** Matemaatika ülesannete kogu ettevalmistusosak. ja -kursuste kuulajale 1. 2. täiend. tr. Tln., 1975. 80 lk. (TPI, rotapr.)
- ROOTS, H., KÕIV, H. ja LIIV, H.** Matemaatika ülesannete kogu TPI ettevalmistusosak. ja -kursuste kuulajale 2. Tln., 1975. 83 lk. (TPI, rotapr.)
- RUGA, B.** Võrvid, vormid ja sümboolid algastme matemaatikatus. Katsematerjal. Tln., 1975. 92 lk., ill. (ENSV Haridusmin., rotapr.)
- RÜNK, O. ja PALUVER, N.** Kujutav geometria. 3., ümberõõstatud tr. Tln., "Valgus", 1977. 276 lk., ill.
- SELLIOV, L.** Konkursitölesandeid matemaatikast. Trt., 1975. 23 lk. (TRÜ. Mat. ja Füüsikakool. M-XXXII, rotapr.)
- SOONETS, K. ja VAINIKKO, I.** Õppemetoodilised materjalid kursuse "Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika" kohta majandusteaduskonna II kursusele. Trt., 1976. 8 lk. (TRÜ, rotapr.)
- STATISTIKA ÜLDTEOORIA PRAKTIKUMIDE JA KURSUSETÖÖ JUHENDID.** Tln., 1977. 8 lk. (TPI, rotapr.)
- SÖRMUS, I.** Tõenäosusteooria ülesannete kogu. Tln., 1976. 104 lk., ill. (TPI, rotapr.)
- TAMME, E.** Algebraliste võrrandite lahendamisest. Juhendmaterjal. Trt., 1976. 19 lk. (TRÜ. Mat. ja Füüsikakool, rotapr.)
- TAMMERAID, I.** Lausearvutus ja hulgateooria elemendid. Loengukonspekt. Ülesanded. Tln., 1975. 35 lk. (TPI, rotapr.)
- TARTU MATEMAATIKA- JA FÜÜSIKAKOOL.** Tööjuhend MFK õpilasele. Trt., 1975. 4 lk. Rotapr.
- MATEMAATIKATEADUSKONNAS ÕPITAVATE ERIALADE KUTSEKIRJELDUSED.** Koost. E. TIIT, Ü. LUMISTE ja K. TOOMEL. Trt., 1976. 28 lk. (TRÜ, rotapr.)
- TIIT, E.** Tõenäosusteooria põhimõisteid. Trt., 1975. 40 lk. (TRÜ. Mat. ja Füüsikakool, M-XXXIV, rotapr.)
- TIIT, E. ja PARRING, A.** Matemaatiline statistika 3.-4. Trt. 1976. 3. osa 91 lk., ill. 4. osa 82 lk., ill. (TRÜ, rotapr.)
- TIIT, E., PARRING, A. ja MÖLS, T.** Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika. Tln.,

"Valgus", 1977. 471 lk., ill.

TOPNIK, E. Teoreetiline mehaanika. 1. Staatika. Õppevahend. Tln., 1977. 66 lk., ill. (TPI, rotapr.)

TOPNIK, E. Teoreetilise mehaanika harjutusülesanded. Tln., 1976. 32 lk., ill. (TPI, rotapr.)

TOPNIK, E. Teoreetilise mehaanika ülesannetest 2.-3. Tln. 2. Kinemaatika. (2. par. tr.) 1975. 110 lk., ill. 3. Dünaamika. 1976. 200 lk., ill.

TRÜ MATEMAATIKATEADUSKOND. Matemaatikuks õppimise võimalustest TRÜ-s. Trt., 1976. 32 lk., ill.

TUULMETS, L. Analüütilise geomeetria praktikum 2. Trt., 1975. 409 lk. (TRÜ, rotapr.)

TÕEVÄLI, K. Matemaatika kontrolltööid tehnikumis. Õppematerjal. Tln., 1974. (trükiandm. 1975). 47 lk. Rotapr.

VAINU, J. Statistilised mudelid ja meetodid. Trt., 1975. 94 lk. (TRÜ, rotapr.)

VALLNER, H., TIIDT, U. ja KAROLIN, H. Kõrgema matemaatika programm ja kontrolltööd kaugõppeteaduskonna põllumajanduse ökonoomika ja organiseerimise ning põllumajandusliku raamatupidamise eriala üliõpilastele. Trt., 1977. 20 lk. (EPA, rotapr.)

VALLNER, H. ja TIIDT, U. Matemaatilise planeerimise ülesannete kogumik. Trt., 1975. 129 lk., ill. (EPA, rotapr.)

VELSKER, K. Trigonomeetria liste võrrandite lahendamine. Trt., 1976. 39 lk. (TRÜ. Mat. ja Füüsikakool. M-XXXVII, rotapr.)

VILENKIN, N. Kombinatorika. Tln., "Valgus", 1975. 348 lk.

VÕRK, J. Lineaarsete süsteemide analüüs. Õppevahend. Tln., 1977. 80 lk., ill. (TPI,

rotapr.)

ÕPPEMETOODILISED MATERJALID KÕRGEA MATEMAATIKA KURSUSE KOHTA MAJANDUSTEADUSKONNA I KURSUSE ÜLIÕPILASTELE. Koost. I. VAINIKKO ja K. SOONETS. Trt., 1977. 12 lk. (TRÜ, rotapr.)

Artiklid

- A - matemaatika ajalugu, matemaatikute elust;
- D - diskussioonid läheneemisviiside, definitatsioonide, terminoloogias jms. üle;
- F - matemaatika filosoofiaga seotud küsimused, ülevaated matemaatika harudest;
- K - kroonika, päevakaja, olukirjeldused;
- M - matemaatika või programmeerimise õpetamise metoodika, õppeprogrammid, eksamite tulemused, konkursid;
- P - programmeerimine ja arvutid, küberneetika, andmetöötlussüsteemid;
- T - teaduslik-teoreetilised artiklid.

"Edasi" Ü. LUMISTE (21.XII 77, A), P. MÜÜRSEPP (22.-24. ja 27.-28. I 76, A), E. TIIT (19. X 77, K), E. TIIT ja L. KIVISTIK (10. XI 76, K), U. TÕNNOV (30. IV 77, A).

Eesti Maaviljeluse ja Maaparanduse TUI tead. tööde kogumik. M. KRULL (1975, 35, lk. 45-68, P; lk. 75-84, P).

Eesti NSV TA toimetised. Füüsika, Matemaatika. (Vene ja inglise k., resümeed ka eesti k., T)

1975, 1. E. BAIK; Ü. KOTTA; M. LEVIN ja M. LEVINA; R. RAUD ja V. KUUSIK; R. RAUD; S. ULM; M. LEVIN, A. JÕGI ja M. LEVINA; J. GIRŠOVITS.

1975, 2. A.SIIMON; Ü.NURGES; Ü.NURGES ja Ü.JAAKSOO; A.ROOSE; V.ALAJAEV ja O.OSIPOV; I.KEIS; O.VAARMANN.
1975, 3. A.HUMAL; M.LEVIN ja J.GIRŠOVITS; Ü.NURGES ja Ü.JAAKSOO; I.KEIS.
1975, 4. B.TAMM, T.LAUSMAA; V.ARRO.

1976, 1. J.ROOS; M.KÕIV ja R.-K.LOIDE.

1976, 2. M.LEVIN, V.ARRO ja J.GIRŠOVITS; G.VAINIKKO, L.KARPENKO ja A.ŠILMAN; V.POLL; I.KEIS; E.OJA; E.TAMM; V.SINIVEE; J.GIRŠOVITS; B.BOJANOV.
1976, 3. P.OJA; L.KIVISTIK; V.SINIVEE; V.OLMAN; J.LIIVAK.

1976, 4. M.LEVIN; J.ROOS.
1977, 1. E.TAMME; A.KRJTŠKOV; G.PRISTAVKO; I.MAUER.
1977, 2. M.LEVIN ja J.GIRŠOVITS; O.VAARMANN ja V.POLL; R.LEPP; Ü.KOTTA; I.RANDVEE; V.SINIVEE; M.LEVIN; A.KRJTŠKOV; G.PRISTAVKO; J.LIIVAK.

1977, 3. I.KEIS; V.SINIVEE.
1977, 4. S.ULM; E.ÜBI; E.TAMM; Ü.NURGES.

"Horisont". M.ABEL (1977, 3, lk.25, K), U.AGUR (1976, 5, lk.12-15, P), R.LEPP (1975, 10, lk.7-8, F, A), Ü.LUMISTE (1977, 12, lk.31-32, A), P.MÜRSEPP (1976, 5, lk.14-15, A); 1976, 6, lk.22-24, A; 1977, 3, lk.18-19, A; 1977, 4, lk.25-26, A), T. RIISMAA (1975, 2, lk. 34-35, F), E.TAMME (1975, 5, lk.30-31, A, F), kroonika (1976, 1, lk.9).

Koolijõudluse tõstmise teedest. Tln., 1977. O.KÄRNER (lk. 103-135, ill., M).

"Küsimused ja vastused" J.HENNO (1975, 1, lk. 30-33, P; 1977, 20, lk.46-48, P).

"Nõukogude Kool!" K.ARIVA (1976, 10, lk.838-843, M), V. KORŽETS ja K.LAIGMA (1975, 1, lk.43-47, M), E.NOOR (1976, 8, lk. 672-677, M; 9, lk. 755-761, M), O.PRINITS (1975, 7, lk.587-592 ja 8, lk. 671-673, K, F; 1976, 1, lk.44-49, M; 1977, 3, lk.223-225 ja 4, lk.319-325,

lk.223-225 ja 4, lk.319-325, M; 1977, 12, lk.1036-1041, A), T.SÕRMUS ja A.TALI (1977, 9, lk.748-755, D), H.TAMMET, V. KORNEL ja A.SAAR (1977, 10, lk. 838-844, M), A.TELGMAA (1977, 12, lk.997-1001, M), E.TOOM (1976, 9, 748-754, M, P), A.UNDUSK (1975, 6, 505-508, F).

"Nõukogude pedagoogika ja kool" E.SEPA (1975, 11, lk.39-53, M), E.VAHER (1975, 13, lk. 199-206, M).

"Nõukogude õpetaja" M.ABEL (15.XI 75, M, K), T.ARO (13.XII 75, M; 18.XII 76, M), B.GNEDENKO (7.VIII 76, F), A. HAAMER (16.IV 77, M), V.HANSCHMIDT ja A.RUUBEL (27.VIII 77, M), N.JERMOIAJEVA (22.III 75, M), E.KINKS (11.VI 77, M), H.KULL (29.I 77, M), E.KUUSELAAN (29.XI 75, M), M.KÄRNER (13.XI 76, M; 12.XI 77, M; 10. XII 77, M), M.KÄSPER (15.X 77, M), L.LAURIK (24.IX 77, M), A. LINTS (16.VII 77, M; 20.VIII 77, M; 29.X 77, M), J.LUTS (22. II 75, M; 29.XI 75, M), V.MINTŠENKO, G.KAPRALOV ja I.FRIDLJAND (10.VII 76, M), E.MÕISAVALD (10.IX 77, M), H.NIINEMETS (11.X 75, K), E.PILLERPAU (22.I 77, M), O.PRINITS (24.V 75, K; 6.III 76, A; 2.VII 77, K; 27.VIII 77, K), R.RUGA (25.XII 76, M), A.RUUBEL (9., 16., 23. VII ja 6.VIII 77, M), H.SAARSOO (22. ja 29.XI 75, M), V. SILLASTE (17.XII 77, M), A. TELGMAA (16.X 76, M; 12.II 77, M, D), E.TOOM (23.VIII 75, K; 17.I 76, K), L.VÕHANDU (18.VI 77, M), V.ZALIVADNÕI (24.VII 76, M), kroonika (5.VII 75, 18. X 75), matemaatika programm 1976/77. õppeaastal (14.VIII 76).

"Rahva Hääl!" Kroonika (14. II 76).

Side.Raadio.Televisioon. J.LIIVAK (1976, 8, lk.1-8, P).

"Sotsialistlik Põllumajandus" M.KRULL (1976, 17, lk.770-772, P).

"Tartu Riiklik Ülikool".
Kroonika (9.I 76), E.TAMME, H.
HABERMAN ja R.VEIDEMANN (16.
XII 77,A), E.TIIIT ja M.KOIT
(19.XI 76,K), E.TIIIT ja J.TAR-
FER (5.,12.ja 19.IX 75,P).

Tartu ülikooli ajaloo kü-
simusi. P.MUURSEPP (1977,5,
lk. 117-123,A), O.PRINITS
(1975,2, lk. 8-19,A; 1977,5,
lk. 102-117,A).

Teaduse ajaloo lehekülgi
Eestist. 2. Tln., 1976.
U.LUMISTE (lk. 36-68,A; lk.
237-240,A; lk. 240-241,A).

"Tehnika ja Tootmine".

V.ABTSUK (1975,8, lk. 438-442,
P), U.AGUR (1975,8, lk. 445-
446,D; 9, lk. 501-502,D; 10,
lk. 555-556,D; 11, lk. 613-
614,D; 12, lk. 669-670,D;
1976,2, lk. 109-110,D; 3, lk.
165-166,D; 4, lk. 221-222,D;
5, lk. 277-278,D).

"Õhtuleht". E.LANDRA (1.X
76,P,M).

S i s u k o r d

A.Tauts. Kolm kontseptsiooni matemaatika printsiipide kohta	3
U.Alla. Kaks teoreemi kolmnurga trigonomeetriast	12
A.Ruubel. Minu mälestusi II	16
E.Jürimäe ja E.Reimers. Prof. G.Kangro tööst matemaatika arendamisel Tartu Riiklikus Ülikoolis	35
Professor Ülo Kaasik ja rakendusmatemaatika areng Eestis	46
U.Alla. Ülesandeid kolmnurga trigonomeetriast .	55
H.Espenberg. Ülesandeid elementaarmatemaatikast 8. klassi õpilastele	58
Uued lennud matemaatikuid Tartu Riiklikust Ülikoolist	62
Eesti NSV-s ilmunud matemaatilist kirjandust .	70

МАТЕМАТИКА И СОВРЕМЕННОСТЬ XIII.
Методические материалы для студентов-математиков
и для других изучающих математику.
На эстонском языке.
Тартуский государственный университет.
СССР, 202400, г.Тарту, ул.Линкoola, 18.
Vastutav toimetaja T. Mõls.
Korrektor L. Uba.
Paljundamisele antud 19.03.1984.
ME 03105.
Formaat 60x84/16.
Kirjutuspaber.
Masinakiri. Rotaprint.
Tingtrükipoognaid 4,65.
Arvestuspoognaid 4,32. Trükipoognaid 5,0.
Trükiarv 500.
Tell. nr. 194.
Hind 65 kop.
TRÜ trükkoda. ENSV, 202400 Tartu, Põlsoni t. 14.