MATEMAATIKA JA KAASAEG

21

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

MATEMAATIKA JA KAASAEG

XXI

ABIMATERJALE MATEMAATIKA ÕPETAJATELE JA ÕPPIJATELE

TARTU 1978

Matemaatika õpetamise metoodikast

STATISTILISEST MÕTLEMISVIISIST JA SELLE ARENDAMISE VAJALIKKUSEST KOOLIS

K. Velsker

Mõtlemine on teatavasti objektiivse reaalsuse objektide ja nähtuste oluliste ja üldiste omaduste ning seoste peegeldumine teadvuses. Mõtlemisprotsessis toimub reaalsuse objektide, nähtuste ja nendevaheliste seoste ning vahekordade tunnetamine. Et matemaatika uurib kogu objektiivse maailma kõige üldisemaid kvantitatiivseid vahekordi ja ruumilisi vorme, siis võime nimetada matemaatiliseks mõtlemiseks (matemaatikale omaseks mõtlemisviisiks) reaalsuse objektide või nähtuste kvantitatiivsete omaduste ning vahekordade ja ruumiliste vormide peegeldumist teadvuses. Nii matemaatikale tervikuna kui ka matemaatilisele mõtlemisele on omased kõrge abstraheerimisaste, suur täpsus ning loogiline rangus. Need on omadused, mille tõttu matemaatika õpetamist koolis peetakse vajalikuks ka õpilaste mõtlemisoskuse arendamise seisukohalt.

Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika kui matemaatilised distsipliinid uurivad objektiivsest reaalsusest põhiliselt valdkonda, mida nimetatakse *organiseerimata keerukuseks*.[1] Mõtlemisviisi, mis eeldab vaid lihtsuse objektide olemasolu ning absolutiseerib determineerituse, nimetatakse *deterministlikuks mõtlemisviisiks*. Juhuslikkust arvestavat mõtlemisviisi, mis peegeldab organiseerimata keerukuse objektide ja nähtuste kvantitatiivseid omadusi, seoseid ja vahekordi, nimetatakse *statistiliseks mõtlemisviisiks* (kasutatakse ka termineid «tõenäosuslik mõtlemisviis» ja «stohhastiline mõtlemisviis»). Seega mõistame statistilise mõtlemisviisi all nii tõenäosusteooriale kui ka matemaatilisele statistikale kui organiseerimata keerukust peegeldavatele ning uurivatele teadusharudele omast mõtlemisviisi.

Et statistiline mõtlemisviis on osa matemaatilisest mõtlemi-

---

[1] Reaalsuse liigendamist oma olemuselt lihtsuseks, organiseerimata keerukuseks ja organiseeritud keerukuseks on lähemalt tutvustanud J. Reimand artiklis «Küberneetilise mõtteviisi arendamine keskkoolis». — «Nõukogude Kool», 1971, nr. 4 ja 5, lk. 251—256, 346—350.

sest, siis on seda järelikult tarvis koolis arendada. Seda on võimalik teha õppeainetes, kus puututakse kokku organiseerimata keerukuse valdkonnaga, näiteks bioloogias, keemias, füüsikas, ühiskonnaõpetuses. Kõige süstemaatilisemalt ja järjekindlamalt saab aga statistilist mõtlemisviisi arendada matemaatikas tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide õpetamisel. Mitmed matemaatikud, nende hulgas ka akad. B. V. Gnedenko[2], on väljendanud arvamust, et statistilisi meetodeid tuleb tutvustada teistes õppeainetes. See seisukoht on kahtlemata arvestatav, ent vajab võrdlevaid uurimusi ning eksperimente, mis aga käesoleval ajal ei ole meie vabariigis kogemuste puudumise tõttu teostatavad. Seega peab lähemail aastail tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika alaste teemade käsitlemine toimuma koolimatemaatika raames. Bioloogia, füüsika, keemia, ajaloo, ühiskonnaõpetuse jt. ainete õpetajad saavad aga statistilise mõtlemisviisi arendamisele kaasa aidata. Kuid ka kaugemas tulevikus, kui statistilisi meetodeid hakatakse kasutama teisteski õppeainetes, peab nähtavasti matemaatikale jääma juhtiv osa vastava uurimismetoodika tutvustamisel, seda eelkõige süstemaatilisuse huvides.

Selgitame veel, milliseid eesmärke peale mõtlemisoskuse arendamise teeniks tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika alase temaatika käsitlemine koolis.

Artikli autorile teada olev kõige esimene soovitus tõenäosusteooria küsimuste lülitamiseks rahvahariduse süsteemi pärineb prantsuse matemaatikult ja astronoomilt P. S. Laplace'ilt rohkem kui 150 aastat tagasi. Käesoleva sajandi alguses kohtame juba mõtet, et tõenäosusteooria elementidega peab olema tuttav iga haritud inimene. Nii näiteks ütles 1913. a. toimunud II ülevenemaalise matemaatika õpetajate kongressi avamisel prof. B. K. Mlodzevski: — «On saanud selgeks, et kaasajal peavad olema infinitesimaalarvutuse, analüütilise geomeetria ja tõenäosusteooria põhimõisted iga haritud inimese varaks.»[3] Tänapäeval väljendatakse seda mõtet järgmiselt: «Vaevalt on alust lugeda harituks inimest, kellel ei ole mingisugust ettekujutust «dünaamiliste» ja «statistiliste» seaduste erinevusest ning «juhusliku» ja «reeglipärase» seosest; seetõttu kerkib kõikides maades paratamatult päevakorrale tõenäosusteooria elementide viimine üldharidusliku keskkooli kursusesse.»[4] Sisuliselt rõhutatakse siin tõenäosusteoo-

[2] Б. В. Гнеденко. Статистическое мышление и школьное математическое образование. — «Математика в школе», 1968, № 1, стр. 8—15; Б. В. Гнеденко. Статистическое мышление и школьный курс математики. — Сб. Новое в школьной математике, М., 1972, стр. 165—180.

[3] Доклады, читанные на Всероссийском съезде преподавателей математики в Москве. М., 1915, стр. 1—4.

[4] И. М. Яглом. О некоторых тенденциях в зарубежной методике математики. Математика в школе, 1965, № 4, стр. 81—89.

ria ja matemaatilise statistika elementide **üldhariduslikku tähtsust**. Nimetatud eesmärki tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide viimisel koolimatemaatikasse on erinevas sõnastuses esile tõstnud mitmed matemaatikud. Näiteks kirjutab akad. A. N. Kolmogorov: «Piirdun võib-olla mõnevõrra liialdatud märkusega: kui nõukogude ühiskonna laiad ringkonnad oleksid kolmekümnendatel ja neljakümnendatel aastatel olnud tuttavad tõenäosusteooria algetega, siis oleksid võib-olla hädad, mida meie bioloogiateadus üle elas, tulemata jäänud. Peeti ju võitlust teadusliku bioloogia vastu loosungi all: teadus on juhuslikkuse vaenlane...»[5] Üldhariduslikust seisukohast on tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementidega tutvumine keskkoolis vajalik eriti neile, kes hiljem oma edasisel haridusteel enam nimetatud distsipliinidega kokku ei puutu. Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide tundmine ning statistiline mõtlemisviis võimaldavad paremini orienteeruda ümbritsevas tegelikkuses (sageli teiste teadusalade populaarteaduslike kirjutiste kaudu), annavad teadmisi ja oskusi selleks, et kaasa aidata ühiskondliku elu õigele korraldamisele ja loovad eeldused õpingute jätkamiseks ning iseseisvaks teadmiste täiendamiseks.

Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide õpetamisel koolis on ka **praktiline eesmärk**, mis mõningal määral ühtib üldhariduslikku eesmärgiga. Tundes juba kirjeldava statistika elemente, on koolis võimalik lahendada praktilise sisuga ülesandeid, mis viivad õpilasi senisest sügavamale tegelikkuse tunnetamisele. Ühtlasi ilmnevad ülesannetes tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika rakenduslikud võimalused. Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika algete tundmine ning statistiline mõtlemisoskus tuleb kasuks ka pärast kooli lõpetamist, sest paljudel avaneb siis võimalus kaasa rääkida ühiskondliku elu korraldamisel selle ühes või teises sfääris. Nende küsimuste mittetundmine on aga takistuseks matemaatiliste meetodite rakendamisel majanduses või teistel aladel, sest teadmatusest esinetakse väidetega, nagu polekski matemaatika suuteline kirjeldama reaalsuses esinevat keerukust. Arvatakse, et matemaatikat saab kasutada vaid jäikade seoste ning täpselt kirjeldatavate objektide uurimisel. Matemaatiliste meetodite tähtsust majanduses, rahvamajanduse planeerimisel ja juhtimissüsteemi täiustamisel on eriti rõhutatud NLKP XXIV kongressi direktiivides rahvamajanduse arendamise viie aasta plaani kohta ning NLKP Keskkomitee aruandes kongressile.[6]

---

[5] А. Н. Колмогоров. Обновление школьного курса математики. — «Учительская газета», № 20 (5691), 14 февраля 1967 г.

[6] L. Brežnev. NLKP Keskkomitee aruanne Nõukogude Liidu Kommunistliku Partei XXIV kongressile. Tln., 1971, lk. 80; A. Kossõgin. NLKP XXIV kongressi direktiivid NSV Liidu rahvamajanduse arendamise viie aasta (1971—1975) plaani kohta. Tln., 1971, lk. 59.

Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide õpetamist koolis tingib ka nende teadusharude poolt väljatöötatud meetodite väga laialdane **kasutamine teistes teadustes**. USA matemaatikaprofessor M. Kac märgib: «Tänapäeval on tõenäosusteooria kõigi loodusteaduste nurgakivi, aga statistika — igasuguse inimtegevuse lahutamatu element.»[7] Statistiliste meetodite rakendamine teistes teadustes on eriti levinud viimastel aastakümnetel seoses arvutustehnika täiustamisega ja elektronarvutite kasutuselevõtmisega. Nende meetodite tundmine on vajalik nii reaalsusest andmete hankimisel, viimaste matemaatilisel töötlemisel kui ka tulemuste (teooria) rakendamisel (sageli ka kontrollimise eesmärgil) praktikas. Tõstes esile matemaatilise statistika osa praktika ja teooria vaheliste seoste aspektist, kirjutab E. Tiit, et matemaatiline statistika on teatud mõttes praktika ja teooria vaheliste üleminekute meetodiks, kusjuures sellist osa mängib ta väga paljude, kui mitte enamiku teadusharude juures.[8] Teiste teaduste intensiivne matematiseerumine matemaatilise statistika ja selle teoreetilise aluse, tõenäosusteooria rakendamise kaudu on jälgitav ka vastavasisulise kirjanduse kasvust. Et kaasajal ei tutvustata tõenäosusteooriat ja matemaatilist statistikat kaugeltki mitte kõikide erialade ja teadusalade esindajatele (näiteks arstidele), kuigi neil seda hiljem tarvis läheb, ongi otstarbekas viia koolimatemaatikasse nende matemaatiliste distsipliinide alged. See looks eeldused hilisemaks iseseisvaks tutvumiseks statistiliste meetoditega. Viimaste laialdasest kasutamisest teistes teadustes tuleneb ka teatud nõue tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika alase temaatika kohta koolis. Nimelt peab koolis olema võimalik tutvustada statistilisi mudeleid, mida kasutatakse üha laiemalt nii teistes teadustes kui ka praktikas nähtuste kirjeldamiseks ja uurimiseks. Pidades silmas mudeli mõiste tunnetuslikku tähtsust, on tarvis koolis esitada kõrvuti statistilise mudeli mõistega ka determineeritud mudeli mõiste ning rääkida üldse matemaatilistest mudelitest. Viimaste käsitlemine võimaldab süvendada õpilaste arusaamist tegelikkuse ja matemaatika vahekorrast, õpetab tegelikkust õigemini hindama ja sunnib seda tähelepanelikult vaatlema.

Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide õpetamine koolis ning koos sellega õpilaste statistilise mõtlemisviisi arendamine on vajalik õige **maailmapildi loomiseks** ning objektiivse **reaalsuse õigeks tunnetamiseks**. Neid eesmärke rõhutas ka NSV Liidu haridusminister M. Prokofjev: «Nähtavasti on kooli ees seisvaks esmaseks ülesandeks igas õpilases kindlate arusaamade väljakujundamine ühiskonna ja looduse arenemisseaduste

---

[7] М. Кац. Теория вероятностей. — В сб.: Математика в современном мире. М., 1967, стр. 83.

[8] Matemaatika ja kaasaeg, XVII, lk. 44—57.

kohta.»[9] Seejuures peavad õpilased omandama looduse ja ühiskondliku elu põhiseadused. Seni käsitletakse aga meil koolimatemaatikas reaalsust ühekülgselt. Siin õpetatakse vaid nende matemaatiliste distsipliinide algeid, mis peegeldavad lihtsust. Paratamatult kaasneb sellega determineeritud mõtteviisi kasutamine ja arendamine ning õpilastel ei tekigi keerukuse objektide äratundmise eeldusi, kujuneb arvamus lihtsuse nähtuste domineerimisest. Ainult lihtsuse käsitlemine viib valele arusaamisele looduses ja ühiskonnas valitsevatest seadustest. Absolutiseeritakse dünaamilisi seadusi, tundmata seejuures statistilisi seadusi. Kujukaks sellekohaseks näiteks oli Mendeli seaduste ignoreerimine bioloogias veel 50-ndail aastail. Seega on tarvis looduses ja ühiskonna arengus valitsevate seaduste õige tunnetamise eesmärgil tutvustada koolis tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elemente ning statistilist mõtlemisviisi. Just neid eesmärke peetakse eriti silmas Saksa Demokraatlikus Vabariigis.

Filosoofilisest aspektist absolutiseerib meie praegune koolimatemaatika kategooriate paarist «juhuslikkus — paratamatus» viimast. Nagu äsja selgitasime, on paratamatuse kõrval, mida koos põhjuslikkusega püüti bioloogias seada ainuvalitsejaks, väga suur osa juhuslikkusel. Tundmata juhuslikkust, selle olemust, on võimatu õigesti orienteeruda tegelikkuses.

Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide õpetamisel koolis on ka suur **kasvatuslik tähtsus**, mis haarab rea kitsamaid eesmärke. Neist olulisemad on õige **maailmavaate kujundamine** ja **poliitiline kasvatamine**. Selleks tuleb selgitada juhuslikkuse ja põhjuslikkuse ning juhuslikkuse ja paratamatuse vahekorda, lahendada majandusmatemaatika-alaseid ülesandeid, tutvustada statistiliste andmete väära esitamise juhte, mida kasutatakse meile vaenulikus poliitilises propagandas jm. Oluline on ka kriitilise analüüsimisoskuse, enesekontrolli, tähelepanu ja mõningate teiste tahteliste omaduste kasvatamine.

Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide võtmine koolimatemaatika kursusesse aitab kaasa ka **matemaatika õpetamise reformimisliikumise ideede elluviimisele**. Nimetatud teemade lülitamine matemaatika programmi lähendab koolimatemaatikat nii praktikale kui ka kaasaegsele matemaatikateadusele. Tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika rakendustega tutvumine ülesannete lahendamise kaudu aitab mõista matemaatika kui terviku osa ühiskonnas ning suurendab ka huvi õpitava vastu.

---

[9] M. Prokofjev. Hariduse viisaastak. — «Nõukogude Õpetaja», 1972, 22. jaanuar.

KUIDAS MÕÕTA ÕPILASTE TEADMISI MATEMAATIKAS

J. Afanasjev

Õpilaste teadmiste taseme määramise probleem on olnud olulisel kohal pedagoogikateaduses kogu selle ajaloo vältel.

Õpetatava aine jõukohasuse ja õpilaste teadmiste taseme objektiivse mõõtmise probleemid on ka matemaatika õpetamise metoodika kui teadusharu põhilisemateks uurimisvaldkondadeks.

Matemaatikakursuse omandatavuse küsimus on eriti aktuaalseks muutunud viimasel kümnel-viieteistkümnel aastal. Seda põhjustab keskhariduse laialdane levik, mis tingib küllalt ulatuslike matemaatika-alaste teadmiste andmise vajaduse väga erinevate vaimsete võimete ja tööharjumustega õpilastele. Samal ajal on oluliselt muutumas kogu koolimatemaatika enese sisu. Paljudes maades, sealhulgas ka ENSV-s elluviidava koolimatemaatika reformi käigus on hakatud üldhariduse raames õpetama mõisteid, nagu hulk, funktsioon, tuletis ja integraal, ning käsitlema teemasid, nagu tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elemendid, matemaatilise loogika küsimused, lineaarplaneerimine jt.

Uute mõistete ja teemade koolikursusesse sissetoomine toimub peamiselt programmide tihendamise teel, sest matemaatika loogiline struktuur ja sügavalt juurdunud traditsioonid on takistuseks seniste programmide ulatuslikumale kärpimisele, kuigi taolisi ettepanekuid on tehtud õige mitmeid. Nimetagem siinkohal tuntud matemaatiku J. Dieudonné ettepanekut «Euclid must go».

Uute programmide realiseerimisel on tekkinud terve rida raskusi. Seejuures puudusid kuni viimase ajani objektiivsed meetodid ühe või teise õpetatava ainelõigu omandatuse taseme hindamiseks, seoste selgitamiseks õppeteemade omandatuse vahel jne. Tuli piirduda kogemuslik-subjektiivsete hinnangutega, millest on sugenenud mitmeid vastakaid arvamusi koolimatemaatika reformimise teede ja vahendite kohta.

Ilmselt on objektiivseid otsustusi siin võimalik langetada vaid matemaatiliste meetoditega saadud uurimistulemustele tuginedes.

Õpilaste teadmiste taseme määramisega seotud probleemide lahendamiseks sobivad eelkõige matemaatilise statistika meetodid. Seda on näiteks rõhutanud akadeemik B. V. Gnedenko. Samal seisukohal oli ka TRÜ kauaaegne matemaatikaprofessor G. Rägo, kes matemaatika õpetamise metoodika kui teaduse uurimismeetodit käsitledes on märkinud, et «... statistiliste meetodite kasutuselevõtmisel asenduvad paljud subjektiivsed hinnangud arvuliste näitajatega ning objektiivsete tõdedega» [1].

Matemaatiliste meetodite kasutamine eeldab aga küllalt objektiivseid lähteandmeid. Mitmete käesoleva sajandi keskel peamiselt psühholoogia vajadustest lähtunud tööde (S. S. Stevens, C. H. Coombs) põhjal võib väita, et õpilaste teadmiste tasemega seotud probleemide uurimiseks traditsiooniliselt kasutatavad lähteandmed — koolihinded — pole küllalt adekvaatsed. Hinded sobivad vaid edasist täpsemat ja usaldatavamat kontrollimist vajavate hüpoteeside püstitamiseks ja eelhinnangute langetamiseks. Objektiivseks aluseks koolikursuse, sealhulgas ka koolimatemaatika kursuse omandatuse uurimisel on ainetestid.

Testidele [2] kui psühholoogilistele mõõtmisvahenditele pani aluse prantsuse psühholoog A. Binet käesoleva sajandi esimesel aastakümnel. Pioneeriks testide kasutamisel teadmiste taseme mõõtmiseks oli USA psühholoog E. L. Thorndike, kes aastal 1908 avaldas esimese aritmeetiliste oskuste mõõõtmise testi. Testiteooria tähtsamatest edasiarendajatest olgu nimetatud J. G. Flanagan, M. W. Richardson, G. F. Kuder, L. J. Cronbach, T. L. Kelley jt. Nende ja mitmete teiste teadlaste tööd on teinud võimalikuks testide kasutamise ka õpilaste teadmiste taseme mõõtmiseks.[3] Tänapäeval on ainetestid omandanud silmapaistva koha paljude riikide, eriti aga USA ja Inglismaa koolipraktikas ja teaduslikus uurimistöös. Seejuures on ainetestide abil uuritud ka mitmeid matemaatika õpetamise metoodika probleeme. Nimetame siin eelkõige UNESCO Hariduse Instituudi korraldusel 1961. a. alustatud tööd, nn. IEA programmi,[4] mille raames uuriti ainetestide abil matemaatikakursuse omandatust 12 riigi koolides. Samuti tuleb siin märkida USA-s realiseeritavat nn. NLSMA [5] programmi ja soome teadlase P. Malineni töid.

Kuigi matemaatika ainetestid enamikus sisult sarnanevad tavalistele matemaatika kontrolltöödele, peavad nad vastama reale kvaliteedinõuetele, et nende tulemused oleksid objektiivsemad kui tavalise kontrolltöö tulemused. Ainetesti kvaliteedile

---

[1] G. Rägo. Matemaatika õpetamise metoodika. Käsikiri. Tartu, 1973, lk. 19.

[2] Termini «test» esitas USA psühholoog J. M. Cattell 1890. a.

[3] Õpilaste teadmiste taseme mõõtmiseks kasutatavaid teste nimetatakse tavaliselt ainetestideks.

[4] "International Project for the Evaluation of Educational Achievment". Lühike ülevaade sellest on toodud artiklis К. А. Краснянская, Е. М. Соколов. Международное исследование по изучению уровня и характера подготовки учащихся общеобразовательной школы. — «Математика в школе», 1970, 5, 86—92.

[5] "National Longitudinal Study of Mathematical Abilities". Vt. lähemalt T. A. Romberg, J. W. Wilson. The Development of Mathematics Achievment Tests for the National Longitudinal Study of Mathematical Abilities. — "The Mathematics Teacher". Vol. 61, 8, 1968.

püstitatavate nõuete hulk ja iseloom oleneb testi tüübist ja selle kasutamise eesmärgist.

Matemaatikakursuse omandatuse uurimiseks koostatavatele ainetestidele esitatavateks olulisemateks nõueteks on valiidsus, reliaablus ja ainetestides kasutatavate ülesannete (küsimuste) diferentseeriv väärtus. Ainetesti valiidsuse all mõeldakse testi omadust mõõta just nimelt seda karakteristikut (antud juhul kursuse omandatust), mida nimetatud ainetestiga mõõta tahetakse. Reliaabel on test siis, kui seda korduvalt samade isikutega läbi viies saadakse samad tulemused. Testis olev ülesanne on piisava diferentseeriva väärtusega juhul, kui seda lahendavad tugevad õpilased paremini kui nõrgad.[6]

Ainetesti kvaliteedinõuete täidetuse tagamine nõuab testi koostamisel suurt eeltööd, mis enamikus seisneb ainetestide korduvas läbiviimises ning mahukas arvutustöös.

* * *

Kuidas siis toimub koolimatemaatika kursuse omandatuse uurimine eespooltoodut silmas pidades?

1. Kui uurija käsutuses ei ole vähegi usaldatavaid andmeid nimetatud probleemi kohta, peaks uurimus algama esialgsete, orienteerivate andmete kogumisega õppeedukuse kohta vastavates klassides. Nagu eespool märgitud, võivad sellisteks algandmeteks olla õpilaste hinded. Sobivaimad on nn. jooksvad hinded — hinded klassipäevikutest. Üldistavate hinnangute saamiseks tuleb aga ka siin kogutud hinnete massiiv matemaatilise statistika meetoditega läbi töötada.

Nii uuris allakirjutanu õppeedukust matemaatikas 1969/70. õ.-a. kohta meie vabariigi kümne kooli V—VIII klassides. Selgus, et madalaim oli õppeedukus VII ja VIII klassis, kusjuures erinevate programmiteemade lõikes oli õppeedukuses väga suuri kõikumisi. Ilmnes ka, et õppeedukus matemaatikas polnud oluliselt seotud edukusega kahes intuitiivselt valitud võrdlusaines — eesti keeles ja geograafias. Nendest eelhinnangutest lähtudes keskendati tähelepanu VII ja VIII klassi matemaatikakursuse omandatuse uurimisele, kusjuures kogu kursuse omandatust vaadeldi selle üksikteemade omandatuse taseme määramise kaudu.

2. Uurimistöö järgmiseks etapiks (või eelhinnangute olemasolul esimeseks etapiks) on kursuse omandatuse eksperimentaalseks uurimiseks vajalike ainetestide väljatöötamine. See on töömahukamaid ning vastutusrikkamaid etappe uurimistöös, sest ainult kvaliteetse ainetesti tulemused võivad olla usaldusväärseks aluseks edaspidi tehtavatele järeldustele.

---

6 Testide kvaliteedinäitajate täpsemate definitsioonidega ja määramise võtetega võib tutvuda ajakirjas «Nõukgude Kool» aastatel 1971—1972 ilmunud vastavas artikliteseerias, mille autoriks on J. Mikk.

Käesolevas konkreetses uurimuses jaotati VII klassi kursus viieks ja VIII klassi kursus kuueks alateemaks (põhiteemaks). Iga teema kohta koostati kaks sisult sarnast paralleelset ainetesti. Testide konstrueerimine toimus kolmes etapis. Esiteks koostati nn. algtestid, mis viidi läbi 3—4 õpilasega. Neile tuginedes koostati nn. eeltestid, mis kvaliteedi kotrollimiseks viidi läbi kolmes koolis. Edasi koostati eeltestide korrigeerimise teel lõplikud ehk nn. põhitestid, mille tulemuste alusel toimuski vaadeldavate klasside matemaatikakursuse omandatuse analüüs. Testide järkjärgulise parendamise käigus määrati kindlaks ka nende kvaliteedinäitajad, mis põhitestide jaoks olid küllalt kõrged. Et ainetestid tuli läbi viia pärast vastavate teemade käsitlemist õppeaasta jooksul, siis kulus testide lõplikuks väljatöötamiseks kaks õppeaastat (1971/72 ja 1972/73).

3. Töö järgmiseks etapiks, mis ajaliselt võib osaliselt kattuda eelmisega, on testide lõplik läbiviimine koolides.

Antud konkreetse uurimuse käigus koguti lõplikud andmed kursuse omandatuse kohta põhitestide läbiviimisel kümnes vabariigi koolis 1972/73. õ.-a. Siinkohal on autoril meeldiv võimalus tänada kõiki õpetajaid, kelle vastutulelikkuse tõttu selline töö võimalikuks osutus.

4. Matemaatikakursuse omandatuse uurimise lõppetapiks on lõplike ainetestide tulemuste töötlemine. Et vähegi usaldatavate lõpptulemuste saamiseks peab töödeldavaid algandmeid olema küllalt palju, s. t. uurimuses kasutatav õpilaste valim peab olema esindav, pole siin (nagu ka uurimuse eelmiste etappide puhul) võimalik toime tulla elektronarvutita. Vaadeldavas uurimuses toimus testitulemuste töötlemine TRÜ arvutitel «Nairi-2» ja Minsk-32».[7]

Selgus, et seitsmenda klassi materjal oli omandatud paremini kaheksanda klassi materjalist. Kõigi uurimusega hõlmatud klasside puhul oli põhiteemade omandatus jaotatav kolme oluliselt erinevasse tasemegruppi — hästi, rahuldavalt ja halvasti omandatud teemad. Hästi olid omandatud VII klassi teemad: hulkliikmete lahutamine teguriteks, arvutamine ligikaudsete arvudega, geomeetria küsimused. Halvasti olid omandatud VIII klassi teemadest ruutfunktsioon ja ruutvõrrand, teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid, pöördkehad ja VII klassi teemadest lineaarsed ühe muutujaga võrrandid. Neist viimast võis pidada VII klassi õpilastele mittejõukohaseks. Nimetatud asjaolu omandab erilise tähtsuse, kui arvestada, et uue, praegu juba kehtiva programmi kohaselt õpetatakse selle teema põhimaterjali juba VI klassis. Toodud järeldused tehti põhitestide tulemuste aritmeetiliste keskmiste ja tulemuste jaotuste võrdlemise põhjal. Uurides teemade omandatuse vahelisi seoseid, ilmnes, et VII ja VIII klassi mate-

[7] Selleks kulus ca 5 tundi arvutiaega.

maatikakursuse omandatus on iseloomustatav kolme sõltumatu faktoriga: «Seitsmenda klassi matemaatikakursuse omandatus», «Trigonomeetria ja geomeetria omandatus kaheksandas klassis» ja «Algebra küsimuste omandatus kaheksandas klassis». Järelikult, kui seitsmenda klassi matemaatikakursuse omandatus on peamiselt kirjeldatav üldise edukusega, siis kaheksandas klassis tingivad erinevusi õppeedukuses matemaatika kui õppeaine sisesed tegurid. Neile järeldustele jõuti põhitestide tulemuste vaheliste lineaarsete korrelatsioonikordajate (r) maatriksite struktuuri analüüsil suurima korrelatsiooni tee ja faktoranalüüsi meetoditega.[8] Üheks uurimuses käsitletud probleemiks oli ka õpilaste kodumiljöö tegurite mõju selgitamine matemaatikakursuse omandatusele. Selleks korraldati vastav ankeet. Faktor- ja transformatsioonianalüüsi meetodite rakendamise tulemusel selgus, et vaadeldud tegurite kogumõju pole seitsmendas klassis arvestatav. Kaheksandas klassis ilmnes vanemate haridustaseme nõrk positiivne mõju kursuse omandatusele.

* * *

Koolimatemaatika kursuse ülesehitamisel kerkivad küsimused: «mida õpetada?» ja «millal õpetada?». Neist eriti viimane nõuab aine omandatavuse selgitamist. Kuidas võiks siis toimuda edasine kogu koolimatemaatika kursuse omandatuse ja jõukohasuse uurimine?

Eelkõige on vaja leida võimalikult objektiivne alus kursuse struktuurielementide (põhiküsimuste, alateemade) väljaeraldamiseks. Edasi tuleb välja töötada iga teema iseärasusi (näiteks algebraline, geomeetriline, aritmeetiline jne.) arvestavad kõrgekvaliteedilised ainetestid. Siin kerkib kohe rida probleeme, mis on seotud ainetestide teooria lahendamata küsimustega. Koostatud ainetestid tuleb viia läbi esindava õpilaste valimiga. Et saada andmeid mitme klassi materjali vaheliste seoste uurimiseks, peaks üks ja sama õpilasgrupp eksperimendist võtma osa mitme järjestikuse aasta vältel (näiteks IV kuni VIII klassini, s. o. 5 aasta jooksul). Ainetestide tulemuste töötlemiseks on vaja valida sobivad matemaatilise statistika meetodid. Tulemuste analüüs peab toimuma võimalikult erinevates plaanides (lõigetes), et hinnata nii omandatuse taset kui seda iseloomustavaid ja mõjustavaid tegureid. Lõpuks tuleb jõuda niikaugele, et uurimistulemused leiaksid asjalikku rakendust praktilises koolitöös.

Nagu juba üksnes sellisest provisoorsest loetelust näha, ei piisa probleemi lahendamiseks üksikute uurijate tööst. Reaalseid lahendusi võivad anda vaid uurijate kollektiivi ja kogu vabariigi õpetajaskonna ühised pingutused pikema aja vältel.

[8] Nimetatud meetodite kohta vt. näiteks kogumik «Programme kõigile» VI, Tartu, 1972.

PROGRAMMEERIMINE JA BLOKK-SKEEMID

Ü. Kaasik

Mingi ülesande lahendamiseks vajaliku programmi koostamine koosneb tavaliselt neljast põhietapist:

1) lahendusalgoritmi valimine;

2) valitud algoritmi esitamine arvutil kasutamiseks sobival kujul;

3) algoritmi tõlkimine mingisse programmeerimiskeelde (käskude keel, assembler, algoritmikeel vms.);

4) saadud programmi silumine.

Kuigi need etapid praktikas vahel mõningal määral läbi põimuvad, võib neid programmeerimise õpetamisel peaaegu sõltumatuteks lugeda. Pealegi vaadeldakse õpetamisel esmajärjekorras üldse ainult teist ja kolmandat etappi, piirdudes esimese ja neljanda etapi osas üksnes mõnede üldiste juhiste ning näidetega. Käesolevas artiklis ei arutleta, kas niivõrd vähene tähelepanu viimati nimetatud etappidele on küllaldaselt põhjendatud. Eesmärgiks on rääkida ainult teise etapi tähtsusest ja mõnedest sel etapil kerkivatest probleemidest.

Algoritmi esitamiseks arvutile sobival kujul on püütud välja mõtelda mitmesuguseid vahendeid, kuid programmeerimise senine praktika näitab, et sobivaimaks neist osutuvad siiski blokk-skeemid.[1] Seetõttu ongi vaadeldav etapp järgnevas samastatud algoritmi blokk-skeemi koostamisega. Selle etapi suur osatähtsus programmeerimisel ei vaja erilist tõestamist: ükski asjatundlik programmeerija ei püüa algoritmi kohe programmeerimiskeeles kirja panna. Veelgi enam; mida kvalifitseeritum on programmeerija, seda suurema osa oma ajast kulutab ta just blokk-skeemide koostamisele (ja nende kontrollimisele, parandamisele ning ümbertegemisele). Vastavalt sellele osutub ka blokk-skeemide koostamise oskuse omandamine programmeerimise õppimisel just kõige enam aega ja vaeva nõudvaks.

Blokk-skeemide osatähtsuse üldtunnustatusele vaatamata pole programmeerimisalases kirjanduses neile kuigi palju tähelepanu pööratud. Nii näiteks on kasutusel olevates programmeerimise

---

[1] Viimasel ajal on küll soovitatud kasutada nimetust «plokkskeemid», kuid käesoleva kirjutise autorile tundub selle soovituse põhjendus võhiklikuna.

õpikutes blokk-skeemide koostamisest juttu tavaliselt vähem kui kümnel leheküljel,[2] mis jätab mulje, et blokk-skeemide tegelikku osatähtsust alahinnatakse õpikutes nii umbes kümnekordselt. Pealegi kasutab iga autor blokk-skeemidest rääkides reeglina isiklikku terminoloogiat ja sümboolikat.

Enam kui 10 aastat tagasi avaldas ka «Matemaatika ja kaasaeg» ühe artikli blokk-skeemide kohta,[3] kuid käesolevaks ajaks on see nii oma sisu kui vormi poolest vananenud. Selles artiklis peeti nimelt silmas algoritmi järgnevat tõlkimist vahetult arvuti käskude keelde, mis tingiski kasutatava terminoloogia, eriti aga sümboolika ühekülgsuse ja kohmakuse.

Käesoleva artikli eesmärgiks ongi täpsustada blokk-skeemide koostamise ja kasutamisega seotud mõisteid ning sümboolikat, kohandades need blokk-skeemide tõlkimiseks praktiliselt suvalisse programmeerimiskeelde (kuigi sümboolika aluseks on võetud konkreetse algoritmikeele — ALGOL-60 publikatsioonide keel). Mõningaid kõrgematasemelistes algoritmikeeltes (PL/1, ALGOL-68) sisalduvaid täiendavaid võimalusi on järgnevas siiski ignoreeritud — nende arvestamiseks tuleks blokk-skeemide siinesitatavat keelt veidi täiendada. Samuti pole siin püütud analüüsida blokk-skeemide õpetamise üldisi metoodilisi küsimusi, mille põhjalikule käsitlemisele tuleks kahtlemata pühendada omaette mahukas artikkel.

* * *

Töömahukama algoritmi blokk-skeemi koostamine algab tavaliselt skeemi üldise skitsi valmistamisega, kus näidatakse vaid algoritmi põhiosad ning nende omavahelised seosed. Sellise skitsi alusel **joonistatakse** juba detailne blokk-skeem, milles näidatakse kõik algoritmis vajalikud operatsioonid. Sõna «joonistatakse» on siin eriti rõhutatud sellepärast, et vigadeta programmi saamiseks peab detailne blokk-skeem (erinevalt skitsist) tõepoolest olema väga hoolikalt vormistatud — seda ei tohi teha oluliselt lohakamalt kui käesoleva artikli joonised (vahest ainult joonlaua kasutamisest võib loobuda).

---

[2] Igatahes ei ole käesoleva kirjutise autor veel näinud õpikut, kus blokk-skeemide koostamise õpetamisele oleks pühendatud üle 4% kogumahust. Blokk-skeemide koostamist kirjeldavate lehekülgede arvu suhe lehekülgede koguarvusse on mõnede meil kasutusel olnud õpikute korral järgmine:

1. Е. А. Жоголев, Н. П. Трифонов. Курс программирования. М., 1964 — 2 : 386.
2. I. Kull. Arvutid ja programmeerimine I. Tartu, 1965 — 6 : 252.
3. Ü. Kaasik, A. Korjus, I. Kull. Programmeerimine. Tln., 1971 — 9 : 348.
4. С. С. Лавров. Введение в программирование. М., 1973 — 3 : 346.
5. A. Korjus. Programmeerimine. Tln., 1973 — 9 : 234.

[3] Ü. Kaasik. Algoritmide blokk-skeemid. — Matemaatika ja kaasaeg, V, lk. 24—36.

Blokk-skeemi skitsis kasutatav sümboolika võib olla suurel määral individuaalne ning selle unifitseerimiseks ei näi esialgu olevat erilist vajadust. Detailne blokk-skeem kujutab aga programmeerimise ühe olulisema etapi lõpp-produkti ja peab seetõttu olema vormistatud nii, et oleksid välistatud hilisemad kaksipidimõtlemised või muud arusaamatused. See tähendab, et blokkskeemid tuleb mitte ainult korralikult joonistada, vaid ka nendes kasutatav sümboolika peab olema täpselt ja ühemõtteliselt fikseeritud.

Blokk-skeemi detailsus sõltub eeskätt programmeerija oskustest,[4] sest ühte b l o k k i võib üldiselt kokku võtta algoritmi niisugused osad, mida autor suudab kohe programmeerimiskeeles kirja panna, mida ta enda jaoks loeb elementaaroperatsioonideks. Jättes elementaaroperatsiooni mõiste küll täpselt määratlemata, võib siit siiski järeldada, et programmeerimise õppimisel tuleb valmistada eriti detailsed blokk-skeemid. Õppijaid silmas pidades on ka järgnevad näited esitatud üsna detailsetena, kuigi tekstis eeldatakse, et lugeja juba tunneb vähemalt programmeerimise aluseid.

Detailses blokk-skeemis moodustab iga elementaaroperatsioon ühe bloki. Sageli on aga parema ülevaatlikkuse huvides kasulik võtta üheks blokiks kokku ka terve rühm ühtekuuluvaid operatsioone või isegi algoritmi enam-vähem sõltumatu osa, esitades viimasel juhul selle osa detailse blokk-skeemi täiesti iseseisvana (eraldi lehel). Igal juhul kujutame blokki oma skeemis ristkülikuna[5], mille sisse märgime vastava operatsiooni kirjelduse kas sõnaliselt (seda peamiselt siis, kui tegemist on algoritmi mujal lähemalt kirjeldatava osaga), või spetsiaalses sümboolikas.

Operatsioonide sooritamise järjekorda (juhtimise üleandmist blokkide vahel) märgitakse skeemis nooltega: ühest blokist teise suunduv pideva joonega tõmmatud n o o l tähistab seda, et vahetult pärast esimesele blokile vastava operatsiooni lõpetamist (bloki täitmist) tuleb alustada teisele blokile vastavat operatsiooni. Nool võib sealjuures kulgeda ainult blokist blokki — nii näiteks ei tohi nool suubuda teise noolde. Ainsateks lubatud eranditeks sellest reeglist on skeemi esimesse blokki suubuv nool ja viimastest blokkidest väljuvad nooled: nende korral tuleb puuduva bloki asemel kasutada vastavalt sõnu «Algus» ja «Lõpp».

Enamasti võib blokki suubuda suvaline arv nooli, väljuvate noolte arv sõltub aga juba bloki liigist. Blokkide kaheks põhilii-

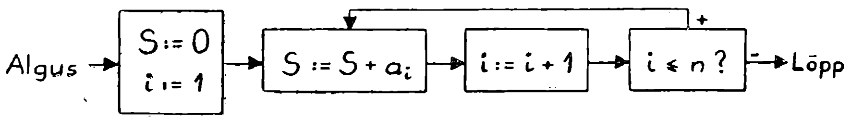
[4] Tõsi küll, teatud määral sõltub detailsus ka kasutatava programmeerimiskeele iseärasustest (mõningate lihtsustatud konstruktsioonide lubatavuse seisukohalt), kuid programmeerimise õpetamisel võib seda sõltuvust vähemalt esialgu mitte arvestada.

[5] Kirjanduses on blokkide mõne liigi kujutamiseks kasutatud ka rombe, ellipseid jms., kuid käesoleva kirjutise autor ei pea sellist mitmekesisust vajalikuks.

giks (millest lihtsamate algoritmide kirjeldamiseks ka piisab) on täidesaatvad blokid ja kontrollivad blokid.

Täidesaatvat blokki iseloomustab skeemis see, et temast väljub üksainus nool, s. t. pärast vastava operatsiooni sooritamist tuleb alati asuda ühe ja sama kindla bloki täitmisele. Oma sisult on täidesaatev blokk alati resultatiivne — seal arvutatakse (sisestatakse, väljastatakse) vähemalt üks suurus, mis kas osutub lõpptulemuseks või leiab kasutamist algoritmi edasises töös.

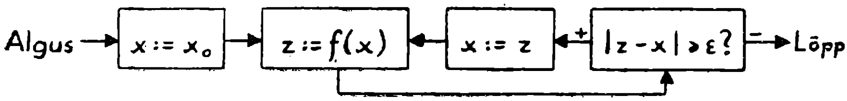
Kontrollivast blokist väljub alati täpselt kaks noolt ning sellele blokile vastava operatsiooni ainsaks ülesandeks on otsustada, missugust nendest nooltest valida (muid, hiljem kasutatavaid tulemusi selles blokis ei leita!). Operatsiooni kirjeldus esitatakse blokis kas tavalise küsimusena või loogilise avaldisena, lisades igal juhul kontrollimise tunnusena küsimärgi. Blokist väljuvate noolte juurde märgitakse kas «+» või «—», «jah» või «ei» (viimast võimalust on soovitav kasutada sõnalises vormis esitatud küsimuse korral), et näidata, milline tee valida vastavalt jaatava või eitava vastuse saamisel blokis esitatud küsimusele.



Joonis 1.

Joonisel 1 on blokk-skeemina kujutatud lihtsaim tsükliline algoritm — etteantud muutumisrajadega summa $a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ leidmine, kus eeldatakse, et suuruste a_i väärtused on juba varem leitud. Kasutatud sümboolikast vajab siin vahest selgitamist ainult omistamise sümbol $:=$ (suured ja väikesed tähed on ikka muutujate tähisteks). Sellest sümbolist paremale kirjutatav avaldis annab teatava suuruse arvutamise eeskirja, sümbolist vasakule kirjutatakse aga muutuja nimi, mille uueks väärtuseks saadud suurus tuleb võtta (muutuja senine, vana väärtus läheb omistamisel muidugi kaotsi). Tuleb rõhutada, et omistamise sümbolist vasakule kirjutatud muutuja võib esineda ka sümbolist paremale kirjutatud avaldises. See tähendab, et avaldise väärtuse arvutamisel tuleb kasutada vastava muutuja senist väärtust ja alles lõpuks omistada talle saadud uus väärtus. Nii näiteks kirjutis $i := i + 1$ tähendab, et muutuja i väärtust suurendatakse ühe võrra.

Joonisel 1 esitatud blokk-skeemi esimeses blokis on ühtlasi rõhutatud, et täidesaatev blokk võib sisaldada ka mitu operatsiooni. Veelgi enam, lineaarselt paiknevad täidesaatvad blokid, millest ainult esimene saab väljastpoolt juhtimise, tulebki reeglina ühendada üheks blokiks. Siiski on programmeerimise õpetamisel soovitatav võtta ühte blokki kokku vaid selliseid operatsioone, mille sooritamise omavaheline järjekord pole oluline. Vilunum programmeerija võib aga ühte blokki ühendada ka mittevahetatavaid operatsioone (joonise 1 korral näiteks $S := S + a_i$ ja $i := i + 1$), kirjutades need blokki nii, et täitmise nõutud järjekord oleks vasakult paremale ja ülalt alla (sõltumata näiteks sellele blokile juhtimist andva noole suubumiskohast).



Joonis 2.

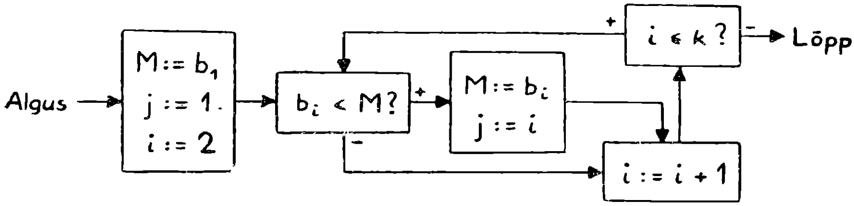
Joonisel 2 on esitatud teine põhiline tsüklitüüp — iteratsioonitsükkel. See skeem kujutab nimelt võrrandi

$$x = f(x) \qquad (1)$$

lahendusalgoritmi nn. harilikul iteratsioonimeetodil. Lähtudes otsitava lahendi etteantud alglähendist x_0, leitakse järgmised lähendid $x_1, x_2, \ldots$ valemist

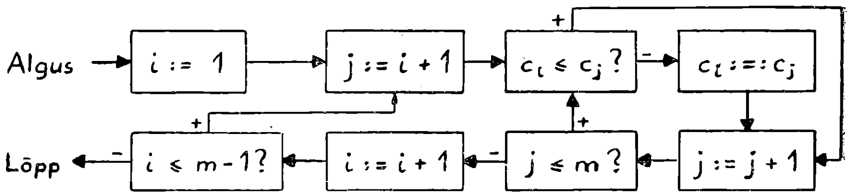
$$x_{n+1} = f(x_n)$$

(kus $n = 0, 1, \ldots$) ja korratakse protsessi senikaua, kuni kaks järjestikust lähendit erinevad vähem kui ε võrra (skeemis on eeldatud, et võrrand (1) osutub selle meetodiga lahenduvaks; vastasel juhul tuleks veel kontrollida, kas iteratsioonide arv pole ületanud etteantud maksimaalarvu). Blokk $z := f(x)$ on joonisel selline, mille täpne sisu tuleb avada iseseisva blokk-skeemi kujul.



Joonis 3.

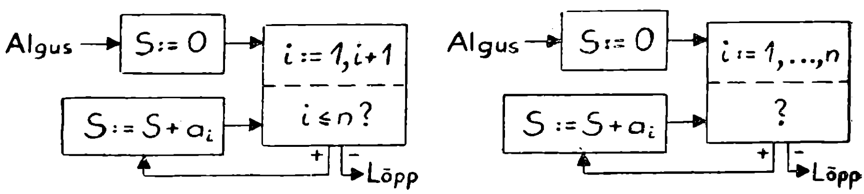
Veidi mahukamate blokk-skeemide näidetena on joonisel 3 esitatud massiivi $b_1, \ldots, b_k$ minimaalse elemendi leidmise algoritm ja joonisel 4 massiivi $c_1, \ldots, c_m$ kasvavasse järjekorda järjestamise algoritm. Joonise 3 puhul tuleb tähele panna, et koos minimaalse elemendi väärtusega (muutuja M) leitakse ka selle



Joonis 4.

järjekorranumber (muutuja j). Kui massiivis leidub mitu minimaalsega võrdset elementi, siis toodud algoritm leiab neist esimese (teise bloki sisu muutumine kujule $b_i \leqslant M$? annaks seevastu viimase). Joonisel 4 on kasutatud uut sümbolit $:=:$ muutujate väärtuste vahetamise tähenduses (ilma selle sümbolita tuleks kasutada mingit abimuutujat x ja kirjutada vastava bloki sisu näiteks kujul: $x := c_i$; $c_i := c_j$; $c_j := x$).

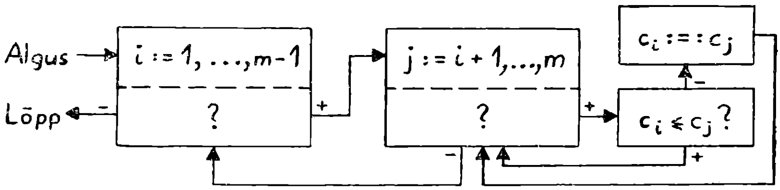
Jooniseid 1, 3 ja 4 võrreldes torkab silma, et nendes esinevate nn. l o e n d a j a g a t s ü k l i t e esitamiseks skeemis on iga kord tarvis kolm standardset blokki: algväärtuse andmine loendajale (näiteks $i := 1$), loendaja muutmine ($i := i + 1$) ja lõpu kontroll ($i \leqslant n$?). Et sellised tsüklid on matemaatilistele algoritmidele üldse iseloomulikud, siis tekib loomulik soov vastavate konstruktsioonide lihtsustamiseks. Kui programmeerimise õppija on tsükliliste skeemide üksikasjalikku väljajoonistamist juba küllalt harjutanud, võib ta nimetatud kolme standardse bloki asemel hakata kasutama üht kompaktset t s ü k l i b l o k k i. Selline blokk jagatakse punktiirjoonega kaheks osaks: üleval antakse loendaja algväärtus ja muutmise eeskiri, all aga kontrollitav lõputingimus (soovitatav on kirjutada see tingimus alati nii, et väljund «+» tähendaks tsükli kordamist, väljund «—» aga lõppu). Tsükliploki ülemisse ossa suubuvad nooled tähendavad tsükli alustamist (algväärtuse omistamine loendajale), alumisse ossa suubuvad nooled aga kordamist (loendaja muutmine). Nii näiteks joonisel 1 toodud blokk-skeemi võib tsükliblokki kasutades esitada joonisel 5*a* näidatud viisil.



a) *b)*

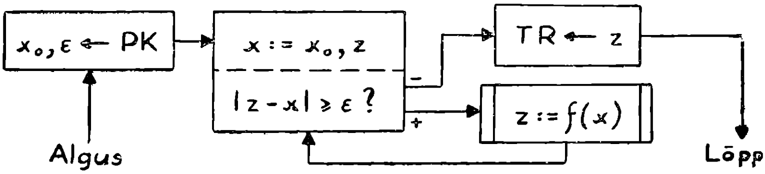
Joonis 5.

Kui tsükliloendaja peab omandama etteantud väärtuste jada, siis võib need väärtused tsüklibloki ülemises osas lihtsalt välja kirjutada, asendades lõputingimuse ainult küsimärgiga (väljund «+» tähendab sel juhul tingimata tsükli kordamist). Nii on näiteks tehtud joonisel 5*b* (mis sisuliselt tähendab täpselt sama mis 5*a*) ja joonisel 6 (mis kujutab joonisel 4 toodud järjestamisalgoritmi veidi kompaktsemas vormis).



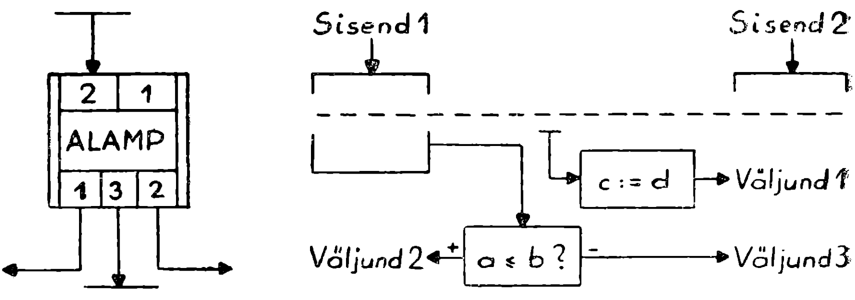
Joonis 6.

Tsükliblokki võib edukalt kasutada ka iteratsioonitsüklite korral. Nii on tehtud näiteks joonisel 7, mis oma põhiosas kordab joonisel 2 esitatud algoritmi. Lisaks on siin veel näidatud ka vajalikud sisend-väljundoperatsioonid. Nimelt on informatsiooni vahetamist arvuti välisseadmetega näitavaks sümboliks blokkskeemides soovitatav kasutada noolt $\leftarrow$ (mitte omistamise sümbolit), välisseadmeid aga tähistada näiteks järgmiste lühenditega: TR = trükiseade, PK = perfokaartsisend või -väljund PL = perfolintsisend või -väljund, ML = magnetlint, MK = magnetkettad, MT = magnettrummel, KM = kirjutusmasin. Seega kirjutis $x_0, \varepsilon \leftarrow PK$ joonisel 7 tähendab operatsiooni: «sisestada perfokaartsisendilt kaks arvu muutujate x_0 ja ε väärtusteks», kirjutis $TR \leftarrow z$ aga operatsiooni: «trükkida muutuja z väärtus».



Joonis 7.

Joonisel 7 on tehtud veel üks täiendus: bloki $z := f(x)$ vertikaalküljed on tõmmatud kahekordselt. Sellise tähistusviisiga võib blokk-skeemis rõhutada, et tegemist on alamprogrammiga või üldse blokiga, mille täpne sisu kirjeldatakse omaette blokk-skeemina.

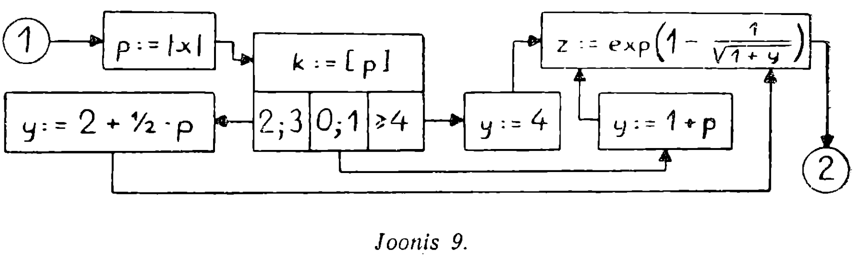


a) b)

Joonis 8.

Kui skeemis kasutatakse alamprogrammi, millel on üle ühe sisendi või väljundi, siis märgitakse nende järjekorranumbrid nii, nagu on näidatud joonisel 8*a*. Selle alamprogrammi üksikasjalikus blokk-skeemis (mis on skemaatiliselt esitatud joonisel 8*b*) tuleb kõik sisendid ja väljundid muidugi vastavalt nummerdada (üldse, kui skeem kujutab alamprogrammi, siis on soovitatav sõnade «Algus» ja «Lõpp» asemel kasutada vastavalt sõnu «Sisend» ja «Väljund»). Oluline on rõhutada, et joonisel 8*a* näidatud alamprogrammibloki esinemisel põhiskeemis võib mõnda sisendisse noolt ka mitte suubuda, igast väljundist aga peab tingimata nool edasi minema.

Omaette blokk-skeemide vaheliste seoste näitamise teiseks võimaluseks on nn. märgendatud tühiblokkide kasutamine. Niisugune blokk ei teosta algoritmis mingit operatsiooni (sellest ka nimetus «tühiblokk») ja on määratud ainult erinevate blokk-skeemide ühiste punktide tähistamiseks. Teistest blokkidest eristamiseks on tühiblokki soovitatav kujutada ringina, mille sisse märgendiks kirjutatakse lihtsalt vastav järjekorranumber. Nii näiteks võib joonisel 7 kujutatud blokk-skeemi esitada joonisel 9 näidatud viisil. Selline esitus aga eeldab, et operatsioonile $z := f(x)$ vastavas eraldi blokk-skeemis on «Alguse» asemel tühiblokk märgendiga 1 ja «Lõpu» asemel tühiblokk märgendiga 2



Joonis 9.

(vt. joonis 10). Rõhutame, et niisugust moodust ei saa kasutada korduva pöördumise korral mingi alamprogrammi poole, küll aga võib tühiblokkide abil anda juhtimist üheainsa blokk-skeemi ühest kohast teise (seda muidugi vaid pikkade ja korduvalt lõikuvate noolte vältimiseks).

Kui algoritmi teatud kohas peab toimuma hargnemine vähemalt kolmes suunas, siis võib sellise operatsiooni lühidalt esitada nn. lülitiblokina (kontrolliv blokk realiseerib vaid hargnemise kahes suunas). Lülitiblokk esitatakse kaheosalise ristkülikuna, mille alumises, kastideks jagatud osas antakse lülitamistunnuse väärtused (suvalises järjekorras) ja ülemises selle tunnuse saamise eeskiri näiteks aritmeetilise avaldisena. Väljuvate noolte arv võrdub nüüd kastide arvuga ristküliku alumises osas, sisenevad nooled peavad aga suubuma ristküliku ülemisse ossa.

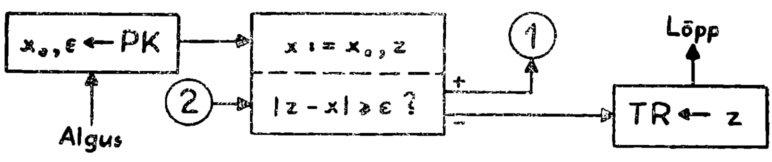
Näiteks kui võrrandis (1) funktsioon $f(x)$ on defineeritud järgmiselt:

$$f(x)=\exp\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+y}}\right),$$

kus

$$y=\begin{cases} 1+|x|, & \text{kui } 0\leqslant|x|\leqslant 2, \\ 2+\frac{1}{2}|x|, & \text{kui } 2\leqslant|x|\leqslant 4, \\ 4, & \text{kui } |x|\geqslant 4, \end{cases}$$

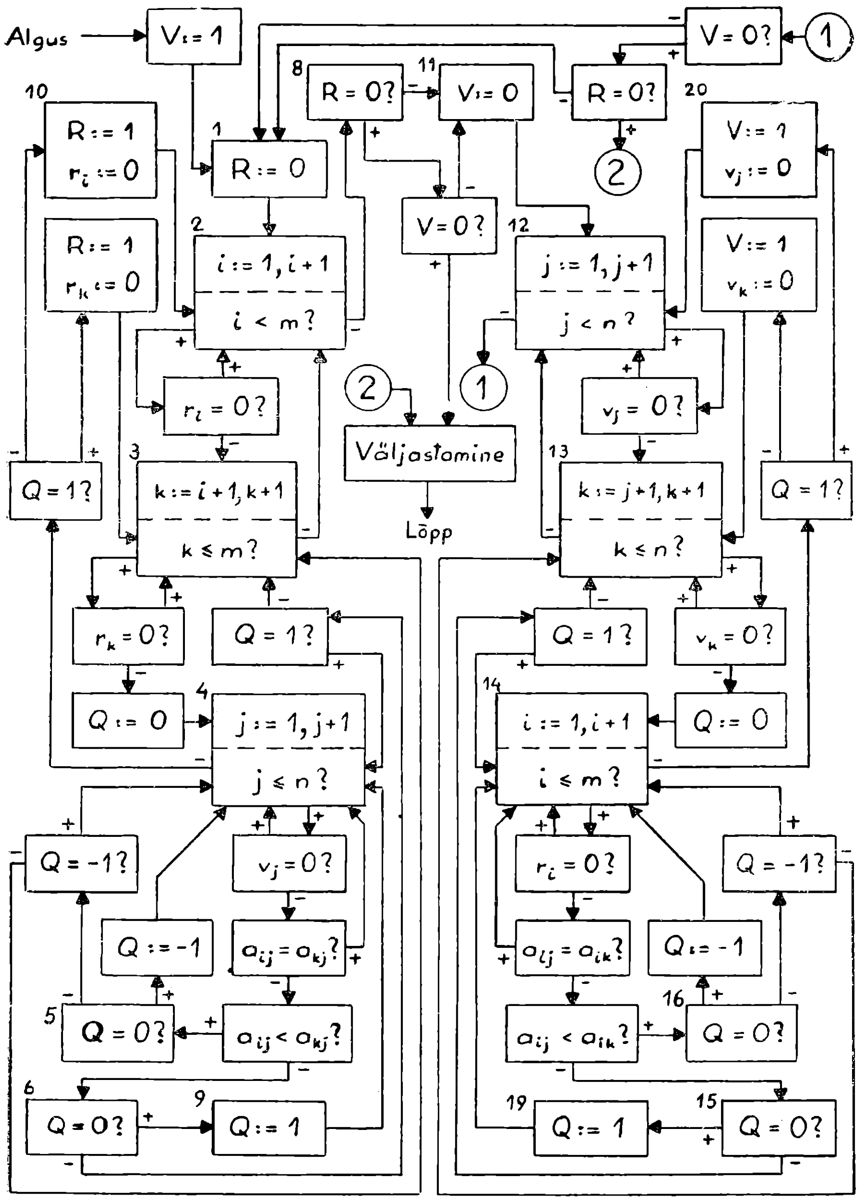
siis operatsioonile $z:=f(x)$ vastava blokk-skeemi võib esitada joonisel 10 näidatud kujul (tühiblokkide märgendid on siin kooskõlastatud joonisega 9, sümbol [ ] tähendab täisosa võtmist).



Joonis 10.

Veidi ulatuslikuma algoritmi blokk-skeemi koostamise näitena vaatleme lõpuks maatriksmängu lihtsustamist domineeritud strateegiate kõrvaldamise teel[6]. Vastaku $m\times n$ mängu maatriksi

[6] Vastavatest mõistetest on lähemalt juttu näiteks artiklis: Ü. Kaasik, M. Meriste, T. Prank. Kahe isiku mängud. — Matemaatika ja kaasaeg, XIX, lk. 74—89.


Algus
V := 1
V = 0?
1
8
R = 0?
11
V := 0
R = 0?
20
10
R := 1
r_i := 0
1
R := 0
2
V = 0?
V := 1
v_j := 0
R := 1
r_k := 0
2
i := 1, i + 1
i < m?
12
j := 1, j + 1
j < n?
V := 1
v_k := 0
r_i = 0?
2
1
v_j = 0?
3
Väljastamine
13
Q = 1?
k := i + 1, k + 1
k ≤ m?
Lõpp
k := j + 1, k + 1
k ≤ n?
Q = 1?
r_k = 0?
Q = 1?
Q = 1?
v_k = 0?
Q := 0
4
j := 1, j + 1
j ≤ n?
14
i := 1, i + 1
i ≤ m?
Q := 0
Q = −1?
v_j = 0?
r_i = 0?
Q = −1?
Q := −1
$a_{ij} = a_{kj}$?
$a_{ij} = a_{ik}$?
Q := −1
5
Q = 0?
$a_{ij} < a_{kj}$?
$a_{ij} < a_{ik}$?
16
Q = 0?
6
Q = 0?
9
Q := 1
19
Q := 1
15
Q = 0?

Joonis 11.

(a_{ij}) read esimese, veerud aga teise mängija puhastele strateegiatele. Esimese (teise) mängija strateegia i (vastavalt j) domineerib strateegiat k siis, kui iga $j = 1, \ldots, n$ $(i = 1, \ldots, m)$ korral $a_{ij} \geqslant a_{kj}$ $(a_{ij} \leqslant a_{ik})$. Domineeritud strateegia (maatriksi rea või veeru) kõrvalejätmisega saab mängu üht dimensiooni ühe võrra vähendada ilma seda mängu sisuliselt muutmata.

Joonisel 11 ongi kujutatud algoritm, mis domineeritud strateegiaid kõrvaldades kahandab mängu dimensioone nii palju kui võimalik — algoritmi töö lõpeb siis, kui ei ridade ega veergude läbivaatamisel domineerimist enam ei avastatud. Selles blokkskeemis eeldatakse, et maatriksi ridade arv m, veergude arv n ja kõik elemendid a_{ij} on juba varem sisestatud; samuti on muutujatele $r_1, \ldots, r_m$ ning $v_1, \ldots, v_n$ omistatud väärtus 1 selle tunnuseks, et vastava järjekorranumbriga read ning veerud kuuluvad maatriksisse. Niipea kui me algoritmi töö käigus kõrvaldame näiteks domineeritud rea k, siis anname vastavale muutujale r_k väärtuse null ja edaspidi selle rea elemente enam ei vaatle.

Joonisel 11 on jäetud täpsustamata, mida tuleb algoritmi töö lõpul väljastada: välja võib näiteks trükkida alles jäänud ridade ja veergude järjekorranumbrid, s. t. need i ja j väärtused, mille korral vastavalt $r_i \neq 0$ ja $v_j \neq 0$.

Joonisel 11 on mõningate blokkide ülemise vasaku nurga juurde kirjutatud veel märgendid (täisarvud). Blokkide selline märgendamine toimub tavaliselt alles algoritmi tõlkimisel programmeerimiskeelde — bloki juurde kirjutatakse selle direktiivi märgend, millega algab vastavat blokki realiseeriv programmiosa. Mõnikord on üksikuid blokke aga vaja märgendada ka nende selgitamiseks tekstis, näiteks kui soovime täpsustada, et blokis 8 kontrollitakse, kas ridade läbivaatamisel avastati vähemalt üks domineerimine $(R \neq 0)$ või mitte.

Matemaatika ajaloost

1974. AASTA FIELDSI MEDALID

L. Loone

Fieldsi medal on rahvusvaheline autasu väljapaistvate saavutuste eest matemaatikas. Tähtsuse poolest on seda autasu tihti võrreldud Nobeli preemiaga, mida teatavasti ei määrata matemaatikutele erialase töö eest. Fieldsi medal asutati 1932. aastal ülemaailmse matemaatikute kongressi poolt. Kanada matemaatik J. Ch. Fields (1863—1932), kes pärandas rahalise fondi kuldmedalite jaoks, nõudis oma testamendis medali väljaandmist tunnustuseks juba tehtud töö eest ja innustuseks edaspidiseks. Testamendi seda punkti on interpreteeritud seni nõnda, et medal tuleb välja anda noortele matemaatikutele (vanuse piiriks valiti 40 aastat). Sellest on ka kinni peetud alates esimesest kahest medalist, mis anti kätte 1936. a.

Fieldsi medalid määratakse iga nelja aasta tagant ja antakse kätte ülemaailmsel matemaatikute kongressil. Senini on Fieldsi medali saanud kakskümmend teadlast: L. V. Ahlfors (1936), J. Douglas (1936), L. Schwarts (1950), A. Selberg (1950), K. Kodaira (1954), J. P. Serre (1954), K. F. Roth (1958), R. Thone (1958), L. Hörmander (1962), J. Milnor (1962), M. F. Atiyah (1966), P. J. Cohen (1966), A. Grothendieck (1966), S. Smale (1966), A. Baker (1970), S. P. Novikov (1970), J. Thomson (1970), H. Hironaka (1970), D. B. Mumford (1974) ja E. Bombieri (1974).

Viimasel matemaatikute kongressil, mis toimus Vancouveris (Kanada) 1974. aasta augustis, autasustati kaht matemaatikut: D. B. Mumfordi ja E. Bombierit.

David B. Mumford sai Fieldsi medali tööde eest algebralises geomeetrias. Ta on sündinud 11. juunil 1937. aastal. Hariduse sai Harvardi Ülikoolis. Oli A. Grothendiecki õpilane, kuid oma peamiseks õpetajaks peab Oskar Zariskit. Muuseas, O. Zariski on ka 1970. aasta Fieldsi medali omaniku H. Hironaka peamine õpetaja. Püüame veidi kirjeldada ka David B. Mumfordi auhinnatud tööd.

Juba 19. sajandil tehti kindlaks, et elliptiline integraal

$$I_\lambda(y)=\int_{y_0}^{y}\frac{dx}{[x(x-1)(x-\lambda)]^{1/2}}$$

ei avaldu elementaarfunktsioonides. Lisaks sellele, ühe konkreetse I_λ väärtuse teadmine ei anna võimalust leida I_λ mõne teise λ väärtuse korral. Seega λ on oluline parameeter integraali I_λ iseloomustamiseks. Olgu $R(x, y)$ ratsionaalne avaldis muutujate x ja y suhtes ja olgu K_λ kõigi selliste avaldiste hulk, kus

$$y=[x(x-1)(x-\lambda)]^{1/2}, \text{ s. t.}$$

$$K_\lambda=\{R(x,[x(x-1)(x-\lambda)]^{1/2})\}$$

(λ võib olla ka kompleksne). Seda, et erinevate λ väärtuste korral on integraalid I_λ oluliselt erinevad, saab algebraliselt kirjeldada fakti abil, et ruumid K_λ ja K_μ ei ole isomorfsed, kui $\lambda \neq \mu$. Suur osa Mumfordi tööst on pühendatud sellele, et laiendada sellist klassifikatsiooni ka teistele hulkadele. Täpsemalt, püütakse leida sobiv moodul või moodulite hulk algebraliste muutkondade teatavate süsteemide klassifitseerimiseks.

Toome siin ühe tulemuse, mis järeldub Mumfordi moodulite teooriast.

Olgu n kahest suurem naturaalarv. Seni veel tõestamata nn. Fermat' Suur Teoreem ütleb, et võrrandil $x^n + y^n = z^n$ pole täisarvude hulgas ühtegi lahendit. Mumford näitas, et juhul kui selliseid lahendeid esineb, asetsevad need väga hõredalt. Valemite keeles tähendab see, et kui (x_m, y_m, z_m) on selliste lahendite lõpmatu jada, mis on järjestatud z_m kasvamise suunas, siis leiduvad $a > 0$ ja $b > 0$ nii, et

$$z_m > 10^{(10am+b)}.$$

Enrico Bombieri — teine 1974. aasta Fieldsi medali omanik on Pisa Ülikooli kasvandik, kes sai medali tunnustuseks tööde eest arvuteoorias ja minimaalsete pindade teoorias.

Teda iseloomustades ütlevad F. J. Almgren ja H. Montgomery järgmist: «Bombieri ebatavaline mitmekülgsus laieneb ka uute matemaatikaharude omandamisele. Ta on korduvalt üles näidanud võimet kiiresti jagu saada olulisest uues ja komplitseeritud valdkonnas. Valinud välja selles tähtsad probleemid, pühendab ta kogu energia ja tähelepanu nende lahendamisele, kasutades ohtralt ära teiste matemaatikute sügavaid tulemusi väga erinevatelt matemaatika aladelt. Tema matemaatiliste teadmiste avarus on selgesti näha nendele, kes teavad teda ja tema töid.» [1]

Kirjeldame üht Bombieri tulemust, mis kannab praegu Bombieri keskväärtusteoreemi nime. Olgu $\pi(x; q, a)$ kõigi selliste algarvude $p \leqslant x$ hulga võimsus, mis asuvad aritmeetilises progres-

[1] Ajakirjast «Science», 1974, № 186.

sioonis $a, a+q, a+2q, \ldots$. Kui a ja q omavad ühistegurit, siis saab selliseid algarve olla ülimalt üks. Kui a ja q on ühistegurita, siis, juhul kui $x=\infty$, on selliseid arve lõpmata palju. Olgu $\pi(x)$ kõigi algarvude $p \leqslant x$ hulga võimsus ja $\Phi(q)$ kõigi selliste arvude a hulga võimsus, kus $1 \leqslant a \leqslant q$ ja a ning q on ühistegurita. Paljude küsimuste puhul on vaja hinnata hälvet

$$E(x;\ q,\ a)=\pi(x;\ q,\ a)-\pi(x)/\Phi(q).$$

Bombieri keskväärtusteoreem ütleb, et

$$\sum_{q \leqslant Q} \max_{a,\,(a,\,q)=1} |E(x;\ q,\ a)| < Cx(\log x)^{-A},$$

eeldusel, et $Q < x^{1/2} (\log x)^{-B}$, kus A võib olla kuitahes suur ja $B=B(A)$. Selline hinnang lihtsustab paljude arvuteooria probleemide uurimist (näit. kaksikute algarvude probleem).

Teine Bombierit huvitavate probleemide ring puudutab nn. minimaalsete pindade teooriat. Toome ka siin ühe näite. Bombieri tõestas, et leidub funktsioon $f: R^8 \to R$, mille graafik ruumis R^9 on minimaalne pind, mis pole hüpertasand. Juhul kui $n=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, on näidatud (S. Bernstein, Dc. Giorgi jpt.), et kui $f: R_n \to R$ on graafik, mis on minimaalne pind, siis on see pind ka hüpertasand.

Dr. J. Bronowski on öelnud, nagu mitmed teisedki, et matemaatika, mida enamik inimesi peab kõige konkreetsemaks kõigist teadustest, on tegelikult suurim kujuteldav metafoor ja et teda tuleb nii intellektuaalselt kui ka esteetiliselt hinnata selle metafoori sobivuse seisukohalt.

(Norbert Wiener «Küberneetika ja ühiskond»)

EESTIKEELNE MATEMAATIKA ÕPETAMISE METOODIKA ALANE KIRJANDUS 100-AASTANE

O. Prinits

Kooli ajaloo uurimine on meil Eesti NSV-s järjest enam levimas. Selles on olulisi teeneid Eesti NSV haridusministril F. Eisenil (vt. «Nõukogude Kool» nr. 10, 1973), Eesti NSV Teaduste Akadeemia Ajaloo Instituudi rahvahariduse ajaloo sektoril eesotsas sektori juhataja ajalookandidaat E. Lauluga, TRÜ pedagoogika kateedri dotsendil A. Elangol, TPedI dotsendil L. Andresenil jt. Teaduste doktori kraadini oma sellealaste uurimustega on jõudnud Õ. Elango. Kaasajal elluviidav koolireform ja juba sellele eelnenud reform kooli ja elu sidemete tugevdamise eesmärgil sunnivad hoolikalt talletama mineviku kogemusi, et vältida suuremaid eksimusi uudismaa raadamisel hariduspõllul.

Pioneeriks koolimatemaatika arengu uurimisel eesti koolis sai prof. Ü. Lumiste, kes *ca* 10 aasta eest uuris matemaatika õpetamise ajalugu Eestis (vt. «Matemaatika ja kaasaeg» I ja IV). Tema uurimusi täiendavad Leningradis töötanud prof. J. Depmani arhiivimaterjalidele baseeruvad kirjutised, mis puudutavad samuti matemaatika õpetamise ajalugu Eestis.

Käesolevas artiklis võetakse lähemalt vaatluse alla R. G. Kallase poolt koolmeistritele kirjutatud raamat «Mõistlik rehkendaja», mis ilmus 1874. aastal.

Et kõnelda saja-aastasest eestikeelsest matemaatika õpetamise metoodika alasest kirjandusest, peab meil olema mingi ettekujutus tolleaegsest koolist ja matemaatika õpetamisest seal.

«Liivimaa Lutheri usu Maakoolide Sääduses» 1874. aastast ja «Koolipidamise seaduses Eestimaa Evangeeliumi Luteriusu maakoolidele» 1878. aastast on märgitud vallakoolide osas: «Koolilaps olgu õppinud 4 pearehkendamist ehk arvamise viisi ühe ja mitme nime numbritega, täie ja murtud numbritega, ja kolme liikme arvamist, nõnda et arvamise seadused temal peas on, ja et ta ka selgesti mõistab, miks nõnda tuleb arvata ja kuida neid arvamisi igapäevase elu tarviduste ja tallituste kasuks sünnib pruukida.» Kihelkonnakoolide osas aga on öeldud: «Õppijad osaku neid rehkendamisi ruttu ja ilma vigadeta äraarvata, mis igapäevase elu tarvidusteks pruugitakse, iseäranis mitme liikmega regeldetri, seltsi arvamist, liht intresside arvamist, ja tundku ka geomeetria põhjus õpetusi.» [1]

Seadustes rõhutati veel, et ülesanded ei tohi olla liiga pikad, et kirjaliku arvutamise kõrval ei tohi unustada peastarvutamist ning soovitati lastele arvusid ikka koos nimetustega esitada, «et lapsed varsi aru saaksid, et nemad rehkendamist mitte muidu kooli jauks, vaid oma tarviduse jauks õpivad».

Vallakoolis pidi iga päeva üks tund rehkendamist olema, kihelkonnakoolis vähenes aga tundide arv nädalas 4—5-le. Soovitati, et kihelkonnakoolid asutataks poistele ja tüdrukutele eraldi. Kus see aga võimalik ei ole, seal «võib tüdrukutele nii kaua naesterahva näputöö õpetust ettevõtta, kui poistele venekeele, turnimise ja kõrgema rehkendamise tunnid antakse».

Nagu teame, oli 100 aastat tagasi Eestis rahvusliku kultuuri väljakujunemise periood. Eesti Kirjameeste Selts (asut. 1872. a.) koondas enda ümber kõik tolleaegsed rahvusliku liikumise eest võitlejad. Teatavasti lõhenes selts peagi kaheks leeriks. C. R. Jakobsoni radikaalsed nõuded vastandusid J. W. Jannseni tagasihoidlikumate ja mõisnikega lepitust otsivate ettepanekutega. Koolimatemaatika küsimuste vastu tundsid erilist huvi Eesti Kirjameeste Seltsi liikmed Rudolf Gottfried Kallas, Joosep Kapp, Juhan Kurrik ja Jakob Tülk. Neist ainsana oli tõhusama matemaatika-alase ettevalmistuse saanud J. Tülk, kes rea aastate jooksul õppis mitmetes Lääne-Euroopa ülikoolides. Ometi suutsid nad kõik toime tulla matemaatika kooliõpikute koostamisega. R. G. Kallas kirjutas aritmeetika raamatuid, erilise rõhuasetusega õpetamise metoodikale; J. Kapp ja J. Tülk geomeetria õpikud ning J. Kurrik aritmeetika ja algebra õpikud. Neist kooliraamatuist ilmus esimesena 1874. a. R. G. Kallase «Mõistlik rehkendaja», mis oli ühtlasi EKS Toimetuste esimeseks numbriks. Selle raamatu ilmumisest on seega möödunud 100 aastat ja et meie matemaatikaalases koolikirjanduses on R. G. Kallase «Mõistlik rehkendaja» säilitanud erilise koha oma lopsaka keele ja silmapaistvate metoodiliste tõekspidamiste poolest, siis on mõistetav käesoleva kirjutise üks eesmärkidest — elustada ja analüüsida R. G. Kallase tõekspidamisi matemaatika õpetamise metoodika alal.

Alustame siiski autorist.

Rudolf Gottfried Kallas sündis 22. mail (u.k.j.) 1851. a. Saaremaal, Kaarma kihelkonna koolmeistri pojana. Alghariduse sai ta oma isa ja hiljem onu, Karja kihelkonna koolmeistri Kaarel Alasi juures õppides. 1863/64. õppeaastal oli ta Kuressaare linna elemetaarkooli õpilane, aastatel 1864—1867 õppis aga juba Kures-

---

[1] Tsitaadid on võetud L. Andreseni raamatust «Eesti rahvakoolide seadused XIX sajandil». Tallinn, 1966.

saare gümnaasiumis. Seal oli tema õpetajaks hilisem Tartu ülikooli geograafia ja matemaatika professor Friedrich Weyrauch (vt. Ü. Lumiste «Lehekülgi matemaatika ajaloost Eestis», «Matemaatika ja kaasaeg», II, 1964, lk. 71), kes äratas R. G. Kallases huvi matemaatika vastu. Õpingud gümnaasiumis pidi R. G. Kallas katkestama silmahaiguse tõttu. 1868. a. astus ta Tartu elementaarkoolmeistrite seminari. Armastust oma rahva vastu kasvatas eestlastest seminaristide hulgas seminari õpetaja, lätlane O. Kronwald. Ta suutis noored eestlased isegi eraseltsiks kokku sulatada. 1871. a. sooritas R. G. Kallas seminari eksami ja pidi nüüd «kroonu kulude» katteks töötama koolmeistrina. 1. juulist 1871 kuni 1. juulini 1875 oli ta Tartu teises ja seejärel esimeses linnakoolis peamiselt matemaatikaõpetajaks.

Juba Kuressaare koolipoisina sai R. G. Kallas tuttavaks Jakob Hurdaga, kes tol ajal töötas seal koolmeistrina, ning dr. F. J. Wiedemanniga, kes neil aastatel käis Saaremaal keelt uurimas.

Koolipoisi-aastatel köitsid R. G. Kallast J. W. Jannseni ja L. Koidula kirjad. Sellest kõigest on mõisetav, et R. G. Kallasest sai pärast seminari lõpetamist mitme rahvusliku ürituse algataja ja aktiivne osaleja neis. Ta oli Eesti Kirjameeste Seltsi ja Eesti Aleksandrikooli peakomitee kirjutaja ning osales aktiivselt ka «Vanemuise» lauluseltsis, olles lühikest aega seal isegi «laulujuhatajaks». Eesti Kirjameeste Seltsis kuulus ta J. W. Jannseni pooldajana kodanlik-klerikaalsesse rühmitusse ning lahkus seltsist koos J. W. Jannseni ja tema pooldajatega (suure lõhe ajal) 1881. a.

Oma koolmeistri-aastatel oli R. G. Kallas väga aktiivne eestikeelsete matemaatika kooliraamatute koostaja. Juba 1872. a. esines ta Eesti Kirjameeste Seltsi koosolekul kõnega rahvuslikust rehkendamisest. 1874. a. ilmus tema suurepärane matemaatika õpetamise metoodika raamat, esimene kogu tolleaegsel Venemaal. 1875. a. aga ilmusid tema ülesannetekogu 3 osa ja nende juurde ka «väljarehkenduste kogu», mis sisaldas ülesannetekogudes toodud ülesannete vastused.

1876. a. sai R. G. Kallasest, juba 24-aastase noormehena, Tallinna gümnaasiumi õpilane. Kahe aasta pärast sooritas ta abituriendi eksamid ning astus Tartu ülikooli usuteadust õppima. Tema huvi matemaatika vastu aga püsis. Juba samal, 1878. a. ilmusid tema raamatud «Mõistliku rehkendaja tarvilisemad õpetused» ning «$12^1/_2$ toopi pähkleid virgemaile rehkendajatele meelejahutuseks ära närida». Üliõpilasena kirjutas ta veel auhinnatöö teemal «Elementaarse arvutamisõpetuse metoodika», mis 1884. a. pälvis kuldauraha. Auhinnatöö üksikuid osi tutvustas R. G. Kallas ajalehe «Olevik» veergudel juba 1882. a.

R. G. Kallase kooliraamatute populaarsusele vihjab veel see fakt, et «tema rehkendamise raamatud saivad Tartu väljanäitusel 1881. a. 27. augustil esimese auraha».

R. G. Kallas

Raamatu pealkirjas on autor kokku võtnud oma põhiseisukohad arvutamisõpetuse suhtes. Ta loeb mõistlikuks seda rehkendajat, kes rehkendamise oskusteni jõuab õpetamise metoodika põhitõdede alusel. R. G. Kallas märgib sealjuures, et «. . . on aastasajad pidanud mööda minema, enne kui üleüldine õpetamise wiis õige õrre pääle hakas saama, seepärast on lastele nii sagedaste ülekohut sündinud» (lk. 6).

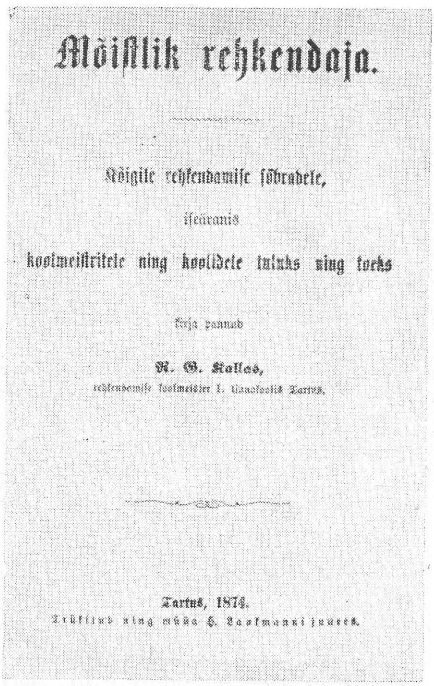
Eelkõige rõhutab R. G. Kallas näitlikustamise vajalikkust, sest «selle õpetuse sees on kõige õpetamise kunsti saladus varjul». Et R. G. Kallas oli suur sõnameister, siis on ka tema raamatu tekst väga ilmekas, eriti aga näidete osas. Õpiku koostamisel on autor kõigi oma tõekspidamise näitlikustamist väga oluliseks pidanud. Nii

Kõrvuti huviga matemaatika õpetamise vastu tegeles ta ka kasvatusküsimustega. Eesti Kirjameeste Seltsi aastaraamatus avaldati juba 1874. a. tema kirjutis «Nuhtlus ning palk koolis».

Edasine R. G. Kallase elukäik on seotud pastoriametiga. Ta töötas kirikuõpetajana Valgas, Rõuges ja Peterburis. Tema kõneosavus tegi ta ka selles ametis tuntuks. Talle tehti isegi 1900. aastal ettepanek kandideerida Tartu ülikooli usuteaduse professori kohale.

R. G. Kallas suri Peterburis 22. aprillil 1913. a., maeti aga Tartusse.

Nüüd lähemalt raamatust **«Mõistlik rehkendaja».**



Mõistlik rehkendaja.

Kõigile rehkendamise sõbradele,

iseäranis

koolmeistritele ning koolidele tuluks ning tarbeks

Kirja pannud

R. G. Kallas,

rehkendamise koolmeister I. linnakoolis Tartus.

Tartus, 1874.

Trükkitud ning müüa H. Laakmanni juures.

siingi. «Räägi hullupööra — näituseks — Jaana linnu suurusest, ta sulgede ilust, ta ehmeste karwast, ta näust, munadest, n.n.e., küll sa näed, et lapsed aigutama hakkavad. Tõisel päewal on seegi ununud, mis täna karwu pidi mälestusse jäi; ning kui Jaana lind wastu tuleb, kes tääb, kas lapsed teda tunnewad! — Aga too Jaana lind tuppa. Oi minu wennike! — seda rõõmu, seda selgust, seda arusaamist» (lk. 7—8).

Eriti oluline on R. G. Kallase arvates näitlikustamine matemaatika õpetamisel. Tol ajal, kus enamik õpetajaid olid ilma erihariduseta, baseerus õpetamine lihtsalt päheõppimisel: «Ning mis kasu saadab niisugune näitmiseta paljas kõrwa waral rehkendamise õpetamine. Koolmeistrile ilma asjata higi ning waewa. Mida kaugemale õpetus edasi läheb, seda suuremaks waewaks on ta lastele. Mida esiotsa näidatakse, seda ennem wõiwad just rehkendamise tunnid wiljata, piinata ning rõõmuta, riiu tundideks minna» (lk. 8).

R. G. Kallas pühendab näitlikustamise küsimuse selgitamisele õige rohkesti ruumi. Ta püstitab küsimused: millal näidata, kuidas näidata, millega näidata, ja annab neile ammendavad vastused.

Analüüsides küsimust, mida peavad lapsed pähe õppima, leiab ta, et pähe tuleb õppida mitte ainult mõõtude suurused, liitmise ja korrutamise tabel, mida tänapäevalgi nõutakse, vaid ka lahutamise ja jagamise tabel. R. G. Kallas on aga sealjuures kategooriliselt selle vastu, et neid tabeleid lastakse mehaaniliselt pähe õppida.

Didaktika põhiprintsiibi — kergemalt raskemale — rakendamist on R. G. Kallas matemaatika jaoks oma auhinnatöös ka mõnevõrra põhjendanud. Siin esitab ta oma seisukoha järgmiselt: «Mitte esiteks kokkuarwamine läbi, siis mahaarvamine tükis läbi, n.n.e. waid
1) 10 esimese arwuga kõik 4 põhjusarwamise wiisi läbi, siis
2) 100 „ „ „ 4 „ „ „ siis
3) kõigi arwudega „ 4 „ „ „ „
(lk. 17).

Edasi aga märgitakse, et õpetaja ei tohi kiirustada, tuginedes mõnedele kiiremini edasijõudvatele õpilastele: «Meie ei ole jo mitte 5-e wõi 10-ne lapse waid kõige kooli edasisaatjad» (lk. 18). Sellest tingituna tuleb ikka ja jälle harjutada, aga mitte kiirustada edasiminekuga. Harjutamisele peab kaasnema seletamine, sest just selle wiimase abil saadakse mõistlikuks rehkendajaks.

Eriti on mõistliku rehkendamisega vastuolus ilma seletusteta, nn. «m a s i n a w i i s i» rehkendamine. R. G. Kallas toob järgmise näite:

«1) **Ülesanne.** 5 naela wõid maksawad 1 rubla 30 kop.; mis maksawad 15 naela?

2) **Masina-wäljarehkendamine.** «Siin küsitakse 15 naela hinda;

seepärast (meepärast) pead teda taha otsa, paremat kätt kirjutama, ning 5 naela, mis temaga nime poolest sugulane on, pahemat kät esiotsa; nüüd sää 130 kop., mis mõlematega mitte ühenimeline pole, nende kahe wahele, keskpaika, seda nägu

5 naela 130 kop. 15 naela.

Et ta nüüd eest ja tagant ühenimeline on, seepärast (kuula!) on ta õige (kas aru said?) siis kaswata nüüd 130 tagumise 15-ga on: 1950, jaga kaswatus 5-e läbi, tuleb välja 390. See on keskmise numbriga ühenimeline ning seepärast 15-ne naela hind (sest mis ta muud wõiks olla!)»

3) **Wäljarehkendus.** 15 naela maksawad 3 r. 90 k. (õige). Noh, kel seda kuuldes maks mitte üle kopsu ei tiku, selle kannatuse soontel on wist ninasarwe nahk pääl. Sel wiisil õppinud, wõiks küll sündida, et 60 aasta eest väljasmaal koolmeistril ning kooli katsujal mõlematel jagamine meelest oli ära pudisenud» (lk. 20—21).

R. G. Kallas vastandabki mõistliku rehkendaja, kes «tääb alati, miks ta seda nõnda teeb, mis ta teeb» (lk. 22) masina- ehk mõistmata rehkendajaga, kes «ei tää iial, miks ta seda teeb, mis ta teeb» (lk. 22). Seepärast rõhutabki ta, et «rehkendamine olgu mõtlemine» (lk. 22).

Mõistliku rehkendamise üheks oluliseks tunnuseks loeb R. G. Kallas huvi ülesannete lahendamise vastu: «Pane tähele toa täit lapsi korrapäralises rehkendamise tunnis. Nad katawad silmad ning palge kinni, et päewa walgus mõtte käiki ei keelaks; nad peawad kõrwad kinni, et naabri hinge tõmbamist ei kuuleks; kippukõppu pole wäljarehkendamise ajal kuskil kuulda; iga koolilaps hoiab kära eest ning ei salli seda tõistest; silmad keerlewad, kas hambad tangis, kui eksempel kangeks läheb. Igamees kogub oma täitsa waimu rammu ja saadab teda ühel hoobil nagu päewa klaas päewa jooned, ühe ainsa koha pääle. Ning siis! — Kui ka pää otsas uumab, — eksempel tuli wälja» (lk. 2—3).

Huvi aitavad R. G. Kallase arvates äratada järgmised tingimused: õpetus olgu «selge ning tõsi», ülesanded raskuse poolest parajad; antagu mõni ülesanne ka kodus lahendamiseks; korratagu sageli, et lapsed saaksid «õppimise läbi juure kaswanud rammu tunda»; lastagu õpilasi ka võidu arvutada, lahendatagu lastele eakohase tekstiga ülesandeid. Viimaste kohta on õpikus märgitud: «Ilusad ülesanded — mis elupõuest, laste silmaringist wõetud, mille läbi lastele ühtlasi ka tõisi täädusi antakse — on rehkendamise tunni woolaw wesi, eluhing, nende seest oowab kõik wälja» (lk. 253). Et õpetaja ka ise võiks mitmesuguseid ülesandeid koostada, on raamatus toodud rida arvulisi andmeid mitmetelt elualadelt, aga ühtlasi juhitakse õpetaja tähelepanu sellele, et sobivaid andmeid leiab veel kalendritest ja ajalehtedest. Huvi äratamiseks soovitab R. G. Kallas nn. naljaülesand e i d ja peab vajalikuks, et õpetaja tutvustaks õpilastele ka mõningaid küsimusi, mis otse kavas ei ole ette nähtud. «Andku koolmeister nagu töö palgaks ning wäsinud waimu elustamiseks mõnda naljakat eksemplit; rääkigu wahest nagu kogemata mõnest kõrgemast asjast rehkendamise põllul, mida «wirgad lapsed edespidi tundma saawad», tehku tääduse ukse pisut prauli ning lasku lapsed kaudu minnes sisse waadata, n.n.e.» (lk. 26).

Ühes ülesandes, mis kuulub nn. «naljakate eksemplite» hulka, püüab R. G. Kallas võidelda ka sotsiaalsete pahede — laisklemise, lobisemise, kaklemise, petmise ja varastamise vastu.

«Kaugel võõral maal tahtis teekäija ühte linna minna, mille nimi oli vanast ajast Võrgu linnaks kutsutud. Hääd sõbrad juhatasivad tee pääle, arvasivad kõrtside vahed kõik versta kaupa üles, ütlesivad: «Pea meeles! Siit Ajaviitele on 11 versta maad, Ajaviitest Tühjalorile 10 v., säält Kurjalakkele 9 v., Kurjalakkelt Sojapääle 8 v., Sojapäält Hullukargale 7 v., säält Riiukärale 6 v., säält Sõimuvandele 5 v., säält Karvakisule 4 v., säält Valepetule 3 v., säält Varganäpule 2 v. säält Pitkalimaha kõrtsi (linnas) paljas 1 verst;» mitu penikoormat maad seega Võrgu linna oli?» (lk. 184).

Arvutamisoskuse väljakujundamiseks peab R. G. Kallas oluliseks, et see tugineks eelkõige ja peamiselt peastarvutamisele. Kui aga arvutatakse kirjalikult, siis nõutagu, et ka kiri oleks korrektne.

Kodudes kasutatakse mitmeid nn. r a h v a l i k u r e h k e n d a m i s e v i i s e. R. G. Kallas peab vajalikuks neist ka koolis kõnelda. Raamatus tutvustataksegi mõningaid selliseid võtteid. Neist huvipakkuvam on «üks-kord-ühe wäljarehkendamise wiis kümne sõrme waral».

«Arwame wälja, palju 8×9 on

1) 8 anname pahema, 9 parema käe hooleks, tõmmame pahema peupesasse $(8 - 5) = 3$ ning paremasse $(9 - 5) = 4$ sõrme kokku.
2) Mõlemas käes kokku on seepärast $3 + 4 = 7$ sõrme kokku pitsitud, mis 7×10 ehk 70 tähendab.
3) Pahemas käes on mul 2, paremas veel 1 sõrm püsti, neid kaswata: $2 \times 1 = 2$.
4) Nüüd arwa 70 ning 2 kokku, see on 72.

Wõi kas $8 \times 9 = 72$ ep ole?» (lk. 35).

Õpikus esitatakse algebraliselt ka selle võtte põhjendus. Teadaolevail andmeil on see mõttekäik a l g e b r a e l e m e n t i d e e s m a k o r d n e k a s u t a m i n e e e s t i k e e l s e s k i r j a n d u s e s.

R. G. Kallas ei pääse oma raamatus mööda ka d i s t s i p l i i n i küsimustest. Nii loeme: «Küll oleme aga ka meite koolides nne wabadust, mis üsna kohkuma ajab, tähelepanemise poolest tundma õppinud. Üks ajab tõisega juttu, mõni magab poolteed wõi aigutab; tõine jookseb koolitunnist ilma koolmeistrile nimetamata wälja, n.n.e» (lk. 39). Ja veidi edasi:

«Üks traks, wirk teeb walmis ning ütleb käe üles tõstmata wõi muud moodi märgu andmata, ilma koolmeistri loata mis wälja tuleb, tõised puhas parinal, norinal järge, üks siit nurgast, tõine säält nurgast. Mõni ep täägi, millest kõneldakse, umiseb järge pooled sõnad et ta aga muidu suud maigutab ka. See inetu läbisegamine kostmise pruuk astub ka awalikkude katsumiste pääl nähtawale ning on siis weel iseäranis hapu kuulda» (lk. 39).

Et niisuguseid korralagedusi vältida, esitab R. G. Kallas skeemi, kuidas tuleb õpilastega ülesandeid lahendada. Distsipliini loomise soovitustena tsiteerib ta aga Diesterwegi ja Comeniust.

Nagu märgitud, koosneb raamat kahest osast. Esimesed 41 lehekülge kuuluvad üleüldistele õpetustele. Need on matemaatika õpetamise metoodika üldküsimused, milliseid olemegi eespool tutvustanud. Raamatu teine osa kannab pealkirja «Iseäralised õpetused». See on metoodiliste juhtnööridega varustatud õpik, kus käsitletakse täisarve kolmes kontsentris (1—10, 1—100, 1—otsatuseni), mitme nimega täisarve, harilikke murde, kümnendmurde ja kolmeliikme arvamist.

Suures osas on aine koos metoodiliste juhistega antud tabelina. Esitame näitena väljavõtte tabelist ajamõõtude õpetamise kohta.

Õpetuse materjal	Õpetamise viis
a. Aja mõõdud 1 aasta on 12 kuud 1 .. on 52 nädalat 1 „ = 365 päeva 1 päev = 24 tundi 1 tund = 60 minutit 1 minut = 60 sekundit 1 sekund = 60 tertset.	a. Aja mõõtusid õpetades võtku koolm. tunnikella appi. 1 silmapilk nimetatakse «sekunniks». Pilgutage nüüd 60 korda silma, aeg mis selle pääle ära kulus nimetatakse minutiks, 60 korda nii palju aega läheb «tunni» pääle. 1 tund on seega 60 minutit.

Raamatus «Mõistlik rehkendaja» on toodud ka ülesandeid ja nende lahendusi ning omaette on raamatu II osas siia ja sinna paigutatud mõningaid didaktilisi juhtnööre. Huvi äratamiseks kannavadki mõned ülesanded pealkirja «Meelejahutuseks» või «Pähkel».

«**Pähkel**. Kirjuta mingi (suurem) arv üles, — näituseks: 741563. Kirjuta nüüd need numbrid veel üks kord, aga nõnda, et endine esimene number viimaseks, viimne number esimeseks saab: 341567. Arva see pääle veiksem arv suuremast maha

$$\begin{array}{r} 741563 \\ \underline{341567} \\ 399996 \end{array}$$

Kui sa nüüd ülejäävat antud arvu esimese ning viimase numbri ülejäädavaga jagad, see on siis (7 — 3 =) neljaga, siis tulevad ikka paljas üheksad välja: 399996 : 4 = 99999. Kust see tuleb?» (lk. 125).

«**Meelejahutuseks.** K.: Teeme nüüd veel seltsis ühe kokkuarvamise; Teie ütlete ühe, mina tõise kokkuarvatava, aga mina tahan teitele jo enne hakkamist öelda, mis välja tuleb.

Mitu rida teie tahate kirjutada? L.: 3 rida.

K. Mitu numbrit igasse ritta? L.: 4 numbrit.

K.: Siis tuleb välja (3 × 9999 =) 29997. L.: No saame näha.

Jüri ütleb (mis iial tahes, olgu):	4564
K. paneb iga numbri alla just nii palju juure kud üheksast veel puudub siin:	5435
Juhan kirjutab juure (mis iial tahes, olgu):	3007
K. täidab nagu enne:	6992
Priidu kirjutab kolmanda rea, olgu:	2875
K. täidab iga koha üheksaks, seepärast:	7124
	29997

Nüüd on summa nii mitu korda 9999, kui lapsed ridasid kirjutasivad, siin: 3 × 9999 = 29997, nagu koolmeister seda enne ära tääda võis» (lk. 118).

Taolised ülesanded on aritmeetika tunnis kaheldamatult omal kohal ka tänapäeval. Tuleb vaid kahetsusega märkida, et kaasaegsetes õpikutes ei ole neile ruumi leitud.

Didaktilistest juhtnööridest raamatu II osas mainigem tunni ettevalmistamise käsitlemist. See ettevalmistus jaguneb kahte ossa: 1) üldine (on mõeldud peamiselt ülesannete kogumist) ja 2) iseäraline (tunniks ettevalmistamine). Viimane omakorda jaguneb osadeks:

1) koolmeistri mõtted enne tundi (sisaldab ka tunni plaani);
2) koolmeistri töö rehkendamise tunnis;
3) koolmeistri mõtted pärast rehkendamise tundi.

Siinloetletud osadest viimane kipub tänapäeva didaktilistes juhtnöörides liialt tagaplaanile jääma:

«Kas kõik lapsed ka tähele panevad? ning kelle süü see oli, et see või see mitte tähele ei pane? Kas läbi käidud materjal ühe tunni kohta liig, vähe või paras oli? Kust see tuli, et 3 last mitte aru ei saanud? Kust see tuli, et ma mineval aastal nobedamini edasi sain? Kas ma õige hääle moondamisega ning õiete rääkisin ning rääkida lasksin? Kas mo küsimused ka õiged olivad? ... Mis olen ma ise üleüldse sest tunnist tulevikule õppinud? n.n.e.» (lk. 256).

Kordamisele asetab R. G. Kallas suurt rõhku.

«1) Mis see sõna «kordama» tähendab? «Põldu kordama» on tõist korda teda kündma, «sõnu kordama» on tõist korda veel ütlema; «õpetusi kordama» on neid tõist korda veel vaimule ette tooma. 2) Miks peab kordama? a. Et lapsed mitte ära ei unustaks, mis õpitud, b. et nad sügavamalt, kindlamalt, mitmepidisemalt varaks saanud õpetused ära mõistaksivad, selle läbi oma juure kasvanud mõtlemise rammu üle rõõmu ning sundu edasiõppimisele tunneksivad. 3) Kuidas peab kordama? Sõna sõnalt antud õpetuste kordamine on üksi veikeste nõdrade laste pärast tarvis, — ta on alamat jagu kordamise viis. Kõrgem ning tulusam kordamise viis seub enne antud õpetused, sugulased mõtted suurel mõõdul kokku, toob nad lastele tükis ühte uut plaani mööda ette, puhub neile tükis tõisest küljest lastele enne tundmata elurammu sisse. Lapsed tõstetakse nagu kõrge mäe pääle, kust nad nagu rahu tundes hõlpsaste silmaga ära mõõta võivad, mitu versta ära käidud, mitu veel linna on. 4) Millal peab kordama? a. Tund tunnilt, samm sammult, b. suuremate päätükkide ning osade lõpul, d. kooliaasta lõpul» (lk. 247).

Vaatamata sellele, et R. G. Kallase raamatu «Mõistlik rehkendaja» ilmumisest on möödunud sada aastat, sisaldab see ka tänase õpetaja jaoks rikkalikult väärtuslikku materjali, eriti metoodilisest aspektist. Tõsi on ka see, et saja aasta jooksul on eestikeelse koolikirjanduse hulk tunduvalt kasvanud, kuid tänapäeva matemaatikaõpikutes me sellist põhjalikku metoodilist töötlust, nagu seda esitas R. G. Kallas, ei kohta.

R. G. Kallase «Mõistliku rehkendaja» ilmumisest möödunud 100 aasta jooksul ei ole eesti keeles ilmunud matemaatika õpetamise metoodika alaste raamatute arv kuigi suur. R. G. Kallase kaasaegne J. Kapp on oma geomeetria raamatus esitanud mõningaid metoodilisi märkusi ning käsikirjaliselt on säilinud tema aritmeetika õpetamise metoodika. Eraldi metoodika raamatute väljaandmiseni jõudis juba käesoleval sajandil Friedrich Volrad Mikkelsaar. Ulatuslikum ja omanäolisem kõigist eelmistest tõotab kujuneda prof. G. Rägo raamat matemaatika õpetamise metoodikast. Selle raamatu ilmumise tee on aga küllalt konarlik. Esialgne *ca* 1500-leheküljeline käsikiri, mis jäi tema töölauale, on nüüd kokku surutud 500 leheküljele ja ootab kirjastuse «Valgus» toimetuses oma järjekorda.

Matemaatika õpetamise metoodika alaseid lühemaid kirjutisi on ilmunud eraldi brošüüridena ja artiklitena. Üheks huvitavamaks ja produktiivsemaks autoriks oli kauaaegne Viljandi I Keskkooli nimekas matemaatikaõpetaja Boris Henrichson. Ka praegu on meil vabariigis mitmeid õpetajaid, kes oma huvi matemaatika õpetamise küsimuste vastu on suutnud realiseerida väiksemateks uurimusteks. Jääb soovida, et nende entusiastide pere kasvaks ja nende produktsioon muutuks meie koolis üha nõutavamaks. Vabariigis on muidugi õige mitu inimest, kes juba oma elukutse tõttu on kohustatud meie koolimatemaatika arenguprobleemidega tegelema. Eks nendegi tööst ootame senisest suuremat praktilist kasu meie igapäevases koolitöös.

Üheks omaette osaks matemaatika õpetamise metoodika alases kirjanduses on õpikud. Need sisaldavad autori seisukohti ühe või teise konkreetse teema õpetamise kohta. Matemaatikaõpikute autoreid on meie eestikeelses koolikirjanduses õige rohkesti. *Ca* 40 aasta vältel on meie koolidele matemaatikaõpikuid kirjutanud E. Etverk ja A. Vihman. Nende metoodilised tõekspidamised ongi meie matemaatikaõpetajate hulgas kõige enam levinud ja omaks võetud. Käimasolev koolimatemaatika reform rikastab meie matemaatikaalast koolikirjandust mitmete uute käsitlustega.

Kui ma annan käsu masinale, siis ei erine olukord sisuliselt sellest, mis tekib sel puhul, kui ma annan käsu inimesele. Teiste sõnadega — mis puutub minu teadvusse, siis olen ma teadlik käsust, mis välja läks, ja kuuletumise signaalist, mis tagasi tuli. Minule isiklikult pole tähtis, kas signaal käis vahepealsetes astmetes läbi masina või läbi inimese, ja see ei muuda mingil määral oluliselt minu suhtumist signaalisse. Järelikult kuulub seadmete juhtimise teooria ühe peatükina informatsiooniteooriasse, ükskõik kas need seadmed on moodustatud inimestest, loomadest või mehhanismidest.

(Norbert Wiener «Küberneetika ja ühiskond»)

Aga kui me liiga kategooriliselt väidame, et aju sarnaneb ülistatud numbrilise masinaga, siis saame väga õigete etteheidete osaliseks, mis tulevad osalt füsioloogidelt ja osalt teataval määral nendega opositsioonis olevate psühholoogide leerist, kes hoiduvad aju masinaga võrdlemast.

(Norbert Wiener «Küberneetika ja ühiskond»)

MINU MÄLESTUSI [1]

A. Ruubel

Minu mälestused ulatuvad tagasi peaaegu sajandi algusesse. Püüan käesolevas kirjutises peatuda peamiselt selle muutuste- ja muljeterikka ajavahemiku neil mälestuskillukestel, mis on seotud minu õppimis- ja õpetamisolukordadega, et sellega iseloomustada ka vastavaid ajajärke. Peatun veel mõningatel momentidel oma lapsepõlvekodust ja hilisemast ajast, mis võisid kaasa aidata minu huvide kujunemisele ja uurimistöö kulgemisele.

Kuna kõigest kirjutamine viiks liiga pikale ja hilisem ajajärk on lugejaile tuttavam, siis peatun peamiselt sõjaeelsel perioodil.

Lapsepõlvekodu oli mul Viljandimaal Õisu vallas Peebu talus, looduslikult ilusas kohas. Meie maja seisis pargi ääres, kus kasvas palju saari ja vahtraid, üksikuid tammi, kaski, pihlakaid ja toomingaid. Puude vahelt helkles kaks tiiki.

Minu isa Juhan Ruubel oli puusepp ning tisler. Suvel töötas ta ehitustel, talvel valmistas mitmesuguseid põllutööriistu ja -masinaid, tegi ka treitud detailidega poleeritud mööblit, viiuleid ja kandleid, taluehitiste projekte ning plaane. Tema juures käis sageli peremehi ehitustööde kohta nõu küsimas.

Mu isa oli käinud ainult kolmeaastase kursusega vallakoolis nagu peaaegu kõik tolleaegsed maainimesed ja noorelt asunud kutsetööle, kuid ta oli väga õpihimuline, mõistis hariduse tähtsust ning oli oma väikest kooliharidust tublisti täiendanud töö kõrval iseseisvalt õppides. Et eestikeelne teaduslik kirjandus tol ajal oli väike, oli isa õppinud nii palju vene keelt, et võis ka venekeelset kirjandust kasutada. (Koolis sel ajal vene keelt veel ei õpitud.) Ta oli palju lugenud ilukirjandust, teaduslikke töid ja ajalehti ning loetu üle järele mõtelnud. Et tal oli suurepärane mälu (ta ise võrdles seda kivitahvliga), siis mäletas ta loetut hästi. Hea jutustajana põimis ta vestlusesse külalistega kui ka kodustega näiteid loetud kirjandusest, tõi oma väidete kinnituseks kirjanike ja teadlaste ütlusi ja tsitaate. Tal oli laialdasi teadmisi ühiskonnateaduse alalt, kuid eriti huvitasid teda füüsika ja tehnika. Isa kõneles huviga sellest, mis neil aladel on uut. Ta ise oli ka leiutajahingega: võttis tarvitusele uue saviseinte ehitamise viisi,

[1] 28. septembril 1974. a. tähistati Eesti kõrgkoolide esimese matemaatikanaisõppejõu dotsent Alma Ruubeli 75. sünnipäeva. «Matemaatika ja kaasaja» toimetuse palvel pani juubilar kirja siin esitatavad mälestused.

mõtles välja seadmeid tööprotsesside hõlbustamiseks, näiteks täiendas kangastelgi seadmega, mille abil niied kudumisel ühtlaselt tõusevad ja vajuvad; konstrueeris kangastelgede juurde mehhanismi, mis keerukate mustrite puhul tõstis automaatselt niisi, nagu muster vajas, selle käivitamiseks oli vaja ainult üht tallalauda, ilma mehhanismita oleks kuduja niisuguse kanga kudumisel pidanud sõtkuma 12 tallalauda; ehitas tisleritööpingi, mis oli ühtlasi ka treipink; täiendas linapuhastamismasinaid, viljakuivateid jne.

Ta mõtles isegi oma tööst kaugel olevate tehniliste küsimuste üle. Näiteks kord, kui läksime kogu perega külla, kõneles ta meile lennukeist (me ei olnud neid keegi veel näinud) ja ütles, et tema ehitaks niisuguse lennuki, mis võiks püsti üles tõusta. Ta paneks selleks lennuki laele teised tiivad ning avatud vihmavarju pöörlema pannes näitas, kuidas see lennuk võiks tõusta. See oli umbes 1904.—1905. a. Arvan, et ta tuli ise sellele mõttele, sest helikopterid sel ajal veel kasutamisel polnud.

Isa juures nägin juba lapsena mitmesuguste pindalade ja ruumalade arvutamist, millega koolis puutusin kokku esmakordselt alles gümnaasiumi viiendas klassis. Nende ja ka mitmesuguste teiste töös vajalike arvutuste juures kasutas ta meelsasti funktsionaalset olenevust ja näitas, et niisugune arvutamine on hõlpsam ja kiirem kui harilik koolis kasutatav arvutamisviis.

Isa luges meelsasti ilukirjandust. Ta kirjutas ka ise mõne lühijutu, kuid trükis avaldada neid ei katsunud. Ta valmistas viiuleid, armastas väga viiulimängu ja mängis ka ise.

Ema Ann (sünd. Mankin) oli samuti vallakooliharidusega. Ta armastas lugeda ning oli ratsionaliseerija vaimuga. Käsi-, aia- ja majapidamistöödel proovis ta mitmesuguseid uuendusi ning tegi endale nende kohta märkmeid, et hiljem nende otstarbekuse üle otsustada. Ema oskas palju laule. Ta laulis peagu iga päev osalt armastusest laulu vastu, osalt laste muusikaliseks kasvatuseks.

Et isa ja ema armastasid lugeda, siis tõid nad linnas käies ikka mõne raamatu kaasa. Nii oli meil aastate jooksul kogunenud raamatukogu, kus leidus ilu-, teaduslikku ja rakenduskirjandust ning mitmesuguseid lasteraamatuid. Raamatukogu tolleaegses maakodus oli haruldus.

Talveõhtutel luges isa sageli midagi ette. Ema tegi kuulates mingit käsitööd ja pärast vahetati mõtteid loetu üle. Mõnikord isa jutustas, mida oli lugenud. Isalt kuulsin muuseas ka Karl Marxist, tema «Kapitalist» ja ajaloolisest materialismist.

Venda, kes oli minust 5 aastat vanem, huvitasid poisikesena füüsika ja maamõõtmine. Ta luges Schwarzi «Wisikat», tegi katseid hõõrdeelektriga, magnetrauaga, ehitas *camera obscura* ja päikesekella, mõõtis kaugusi ning plaanistas õue omatehtud mensuli ja dioptri abil, ehitas mingi kaugusemõõtja, mis koosnes torust, mille ühes otsas oli pilu, teises siiber skaalaga jm. Mina olin talle abiliseks, sest temaealisi poisse meil ei olnud.

Hiljem, kui käisin juba vallakoolis, õpetas vend mulle perspek tiivi ja laskis joonestada perspektiivis meie toa.

Lapsepõlves nähtu tegi mulle hiljem ka kooligeomeetria elu lähedaseks, kuigi gümnaasiumis õpiti vaid teoreeme ja nend tõestusi ilma mingisuguste praktiliste rakendusteta.

Et meil kõik midagi uurisid ja püüdsid uut ning paremat luua nakatusin minagi sellest vaimust. Kui ema kangast kudus, pidin mina vokil lõnga poolima. Lõng aga hõõrus sõrmed katki. Sii hakkasin minagi nuputama ja leiutasin «poolimismasina». Sell abil sai lõnga poolile juhtida ja ketast keerates vajalikul määra pinguldada ilma lõnga sõrmedega puutumata. «Masina» tegi isa minu «projekti» järgi.

Koolieelikuna kirjutasin ka oma esimese «teadusliku uuri muse». Meie aias muutusid murulaugu pealsed mustaks ja kasu tamiskõlbmatuks. Suur oli aga minu üllatus, kui märkasin, et nei oli vaid must kiht, mille sai pealt ära kraapida. Ema ütles, et se on mingi seenhaigus ja ma kirjutasingi oma riideköites taskuraa matusse «töö» pealkirjaga «Laugu seenhaigus», milles kirjeldasin haigust ja ütlesin, kuidas seda saab arstida.

Minu vanemate suurimaks sooviks oli oma lastele haridus andmine. Nad said küll näha, et me õpetajatena töötasime, aga e me vennaga mõlemad ka ülikooli lõpetasime ja kumbki oma eri alal uurimistööd jätkas, seda isa enam ei näinud ja meid abis tada enam ei saanud.

Õpingutest. Minu lapsepõlves hakkasid maalapsed koolis käima kümneaastaselt. Enne seda õppisid nad kodus «Kodulaste raama tust» lugema, kirjutama, natuke usuõpetust ja rehkendamist Seitsmeaastaselt hakkasid koolieelikud kevaditi käima koolimaja kirikuõpetajale õpitut vastamas. Õppimise ergutamiseks kinki kirikuõpetaja J. Bergmann lastele lasteraamatuid ja tema toime tatud «Lastelehe» aastakäike.

Mina läksin 1909. a. Õisu vallakooli. See oli nagu kõik valla koolid kolmeaastase kursusega kool. Kõiki õppeaineid peale usu õpetuse ja emakeele õpetati esimesest koolipäevast alates vene keeles. Õpetaja kõneles meiega ainult vene keeles. Õpilastel nõuti, et nad ka üksteisega kõneleksid vene keeles, ja õpetaja oli kohustatud isegi karistama neid, keda ta kuulis vahetunnis eesti keeles kõnelevat.

Kooli tähtsamateks õppeaineteks olid usuõpetus ja vene keel Peale nende õpetati aritmeetikat, Vene riigi maadeteadust ja aja lugu, laulmist, ilukirja ja eesti keelt.

Aritmeetika oli juba esimese klassi kavas. Et õpilased kooli tulles vene keelt ei osanud, õpetati esimestes aritmeetika tundides näitlikult vajalikke venekeelseid sõnu, tõlkimist ei pooldatud.

Aritmeetikas õppisime 4 tehet nimeta ja nimega täisarvudega ja ajaarvamist. Sõnalised ülesanded olid lihtsad. Palju tähele pnm pööras meil õpetaja peastarvutamisele. Neid harjutusi tehti sageli, kusjuures õpetati ka peastarvutamise võtteid.

Maateaduses õppisime õpiku ja kaardi järgi tundma Venemaa Euroopa-osa meresid ja jõgesid, järvi, kubermange ja suuremaid linnu.

Ajaloos õppisime õpiku järgi peamiselt Vene valitsejaid ja sodu. Sõnu, mida me ei teadnud, küsisime õpetajalt. Mul oli kaasas isa «Vene-eesti sõnaraamat» (autor Pärna), kasutasime ka seda.

Eesti keelt peeti kõrvalise tähtsusega õppeaineks. Õpetati C. R. Jakobsoni «Kooli Lugemise raamatu» järgi lugema, natuke ka loetut jutustama ja etteütlemise järgi kirjutama.

Laulutundides olid kõik lapsed koos. Õpetaja mängis flöödil opitava laulu viisi ja lapsed laulsid kuulmise järgi. Esimese klassi opilastele olid laulud võõrad, laulu sõnu neile ei õpetatud ega saadudki õpetada, sest nad ei osanud algul sõnagi vene keelt. Seepärast ütlesid nad lauldes sõnu vanemate klasside õpilaste järgi nii, nagu nad neid kuulsid. Seejuures juhtus ka koomilisi eksimusi: näiteks vene rahvalaulu «Ах вы сени мои сени» laulsid mõned «ahviseeni maiseeni», sõnu «под дугой» lausest «Звенит уныло под дугой» laulsime meie «patukoi».

Õpetaja töötas üksi kolme klassiga. Et rohkem aega oleks vanemate klassidega töötada, saatis ta sageli mõne tugevama kolmanda klassi õpilase enda asemele esimesse klassi. Seal omandasin minagi oma esimesed õpetajakogemused.

Kord pidi õpetaja linna sõitma. Ta jättis minu ja ühe teise õpilase enda asemele, seletanud meile enne, mis me igas tunnis peame tegema. Oldi harjunud sellega, et õpilased õpetajat asendavad, ja töö kulges rahulikult. Ootamatult tuli kooli revideerima rahvakooliinspektor Viljandist. Ta viibis kõigis tundides, käis õhtupoolikul vaatamas, kuidas õpilased õppisid, ja võttis osa õhtupalvusest. Ta jäi ööseks kooli, sest õpetaja naasis hilja. Ta olevat «noorte õpetajate» tööga rahule jäänud, nagu õpetaja ütles. Enne selgeksõpitud tervitussõnad «Здравия желаем Вашему Высокородию» jäid küll ütlemata, sest meie ei teadnud algul, kes tulija oli.

Vallakooli lõputunnistuse saamiseks tuli õiendada eksamid Paistu kihelkonnakooli juures eksamikomisjoni ees, mille esimeheks oli kihelkonnakooli juhataja, liikmeteks kirikuõpetaja ja mõni vallakooliõpetaja, ka meie õpetaja.

1912. a. astusin Viljandi Eesti Haridusseltsi tütarlaste kooli. See oli eesti õppekeelega õigusteta erakool, asutatud 1905. a. revolutsiooni mõjul 1906. a. väljaantud seadluse alusel. Kooli kursus vastas tütarlaste gümnaasiumide I—IV kl. kursusele. Lisaks tütarlaste kroonugümnaasiumi õppekavale õpetati siin veel eesti keelt, noodiõpetust ja natuke keemiat. Pärast vene õppekeelega vallakooli oli meeldiv õppida emakeeles. Hea mälestuse on jätnud õpilaste ja õpetajate kodune vahekord. Õpetajad viibisid vahetundidel harilikult õpilaste hulgas, võttes osa nende mängudest või nendega vesteldes.

Õppida oli siin kõigiti hea. Raskused aga tulid tavaliselt pärast selle kooli lõpetamist kroonugümnaasiumi edasi õppima minnes. Teha sisseastumiseksameid vene keeles aineis, mida koolis õpiti eesti keeles, polnud just kerge. Enamik ei saanudki Viljandi Kroonugümnaasiumi astuda juba vabade kohtade puudumise tõttu vastavas klassis.

Õppisin iseseisvalt ära gümnaasiumi viienda klassi kursuse ja läksin siis 1916. aastal eksamitega kuuendasse klassi.

Selles koolis õppisin 3 aastat algul tsaarivalitsuse, siis Saksa okupatsiooni- ja lõpuks kodanliku Eesti Vabariigi aegses koolis. Üleminekutel muutus kooli nimi, muutusid programmid, vahetusid ka õpetajad. Nii oli mul 3 aasta jooksul 6 matemaatika õpetajat. 1919. a. kevadel lõpetasin Viljandi Linna Naisgümnaasiumi.

Tsaariajal sai väga väike arv eestlasi omandada kesk- või kõrgema hariduse. Suur enamik pidi jääma kolmeklassilise vallakooli puuduliku haridusega. Kodanliku Eesti Vabariigi algul hakati rahva haridustaset järsult tõstma. Algkoolid muudeti kuueklassilisteks, avati palju uusi kesk- ja kutsekoole. Näiteks Viljandis oli tsaariajal vaid üks tütarlaste gümnaasium, poeglaste tarvis keskkooli ei olnudki, 1919. a. aga töötas Viljandis 4 gümnaasiumi, kõik paralleelklassidega.

Suur puudus oli õpetajatest, eriti keskkooliõpetajatest. Tsaariaegsete keskkoolide õpetajad olid peale mõne erandi venelased ning Eestist lahkunud. Väikesest arvust eestlastest, kes tsaariajal pääsesid kõrgematesse koolidesse, valmistusid vaid üksikud keskkooliõpetajaks, sest eestlastel oli vähe lootust õpetajakoha saamiseks Eestis.

Algkooliõpetajate ettevalmistamiseks avati viis seminari, mitu kursust keskkooli lõpetanute ettevalmistamiseks õpetajakutseks ja täienduskursusi veneaegse kutsega õpetajatele. Keskkoolidele valmistasid õpetajaid Tartu ülikooli juures korraldatud keskkooliõpetajate asetäitjate ettevalmistamise kaheaastased suvekursused. Kuid vabariigi algaastail oli nii alg- kui ka keskkoolides suur protsent õpetajatest kutseta. Kaheaastastel keskkooliõpetajate asetäitjate ettevalmistamise suvekursustel oli 4 osakonda: eesti keele, matemaatika-, loodusteaduse ja ajalooosakond.

Läksin koolipingist kohe nende kursuste matemaatikaosakonda. Loenguid peeti diferentsiaal- ja integraalarvutusest (H. Jaakson), analüütilisest geomeetriast (J. Alaots), diferentsiaalgeomeetriast (V. Nano), aritmeetikast (V. Nano), projektiivsest geomeetriast (V. Päss), kõrgemast algebrast (K. Treffner), trigonomeetriast (T. Rootsmäe) ja mehaanikast (J. Lang). Kõigis neis aineis anti lühikursus. Eriti laiahaardeline materjali poolest oli aritmeetika kursus. See sisaldas teadmisi arvu-, hulga- ja tõenäosusteooriast. Lektor andis meile selles aines ka oma loengute konspekti.

Matemaatikaosakonnas õppijad olid peale minu kõik juba mõneaastase staažiga õpetajad, enamikus mehed. Kõik õppisid hoolega, käidi ka üheskoos küsimusi arutamas. Mõne eksami oiendasime samal suvel, enamiku aga järgneva õppeaasta jooksul õppetöö vaheaegadel. Teadmisi hinnati ainult sõnadega «rahuldav» või «mitterahuldav». Kursuse lõpetajad said tunnistuse, mis neile andis õiguse oma ainet kesk- ja kutsekoolides õpetada. Matemaatikaosakonna lõpetas 13 inimest.

Tööst keskkooliõpetajana. Minu esimeseks töökohaks sai Pärnu kaubanduskool. Selle kooli õpetajad võtsid mind sõbralikult vastu. Direktor käis nädal aega igal õhtupoolikul minuga korterit otsimas, kuid tagajärjeta: raha eest keegi tuba ei andnud. Eestis ei olnud sõda veel lõppenud. Inimestel oli puudus toiduainetest, küttepuudest, rõivastest, jalatsitest jm. Käidi jalgsi mitmekümne kilomeetri kauguselt sugulastelt või tuttavatelt toiduaineid toomas, paljud kandsid nöörtaldadega riidest kingi. Seepärast on arusaadav, et ei tahetud korterisse võtta inimest, kellel polnud midagi tuua.

Kolleegide abil leidsin ma naaberkooli õpetaja juures endale hea kodu. Mulle anti omaette tuba ja me elasime koos nagu ühe pere liikmed.

Õpilaste vanus koolis oli väga erinev, sest sõjaolukorras oli osa lapsi pärast algkooli lõpetamist vahepeal pidanud kodus olema. Osa poisse oli tulnud sõjaväest. Nii juhtuski, et paljud õpilased olid minust vanemad. Kui direktor mind õpilastele tutvustas, ütles ta muidugi noore algaja õpetaja autoriteedi tõstmiseks: «Seda õpetajat peate küll austama, ta on teist mitmest noorem, aga vaadake, kui kaugele ta on jõudnud.»

Hoolimata minu noorusest suhtusid õpilased minusse tõsiselt ning korraküsimust ei kerkinud kunagi.

Meie ja teiste koolide õpetajad moodustasid sõbraliku pere. Käisime sageli koos; meil oli oma laulukoor, mida juhatas Tartu kursuste loodusteaduste osakonnas õppija Jaan Port (pärastine Tartu Ülikooli botaanikaaia juhataja ja Tartu Õpetajate Seminari direktor), ja naistrio. Ma laulsin mõlemas kaasa. Mulle meeldisid Pärnu õpetajate kollektiivsustunne ja elurõõm.

1920. aastal kutsus Viljandi tütarlaste gümnaasiumi direktor mind mu endisesse kooli vanemate klasside matemaatika õpetajaks. Pärnust oli küll kahju lahkuda, kuid otsustasin siiski Viljandi kasuks, sest Viljandis elasid mu vanemad ja seal oli mu vend ühe teise gümnaasiumi direktor.

Ka Viljandis oli algul minust vanemaid õpilasi ja isegi mu klassikaaslasi, sest olin keskkoolis õppides eksamitega klassist üle läinud.

Viljandi tütarlaste gümnaasiumis töötasin 6 aastat, õpetades vanemates klassides matemaatikat ja füüsikat. Ka siin kujunes vahekord õpilaste ja õpetajatega heaks. Soe vahekord õpilastega eriti neist klassidest, kus ma olin klassijuhataja, on säilinud tänaseni, olgugi et olen Viljandist ära juba 49 aastat ja koolgi on lakanud olemast.

Kodanliku Eesti Vabariigi algusaastad, mil töötasin keskkoolis, olid koolis otsingute ning ümberkorralduste ajaks. Tuli uusi seisukohti õpetamise eesmärgis, ainevalikus, selle jaotuses klasside vahel jne. Kõikidesse keskkoolidesse toodi sisse analüütilise geomeetria ja matemaatilise analüüsi alged. Aritmeetika ülesannete lahendamist lihtsustati võrrandite kasutamiselevõtmisega nooremates klassides jne. Püüti kasvatada õpilasi õppima teadmiste, mitte hinnete pärast. Seepärast soovitati tundides hindeid panna nii, et õpilased seda ei märkaks. Prooviti koolides kahe-hinde-süsteemi, nagu meil suvekursustel, ja kolme-hinde-süsteemi.

Korraldati keskkooliõpetajate kongresse ja õpetajate päevi, millel oli suur õpetajate tööd suunav tähtsus. Siin arutati metoodilisi küsimusi, oskussõnu, mis olid ju alles loomisjärgus, sümboolikat ja uuendusettepanekuid programmide kohta. Uuenduste pooldajatel tuli mõnikord palju võidelda, et ettepandud uuendusi kongressi otsustesse sisse viia. Uuenduste initsiaatoritena ja agarate propageerijatena paistsid eriti silma prof. G. Rägo ja J. Nuut, kes siis töötas keskkooliõpetajana Narvas.

Peeti ettekandeid ka õppetööst kaugematel teemadel. Näit. prof. R. Rägo ettekanne statistilisest maailmavaatest, V. Kupfferi ettekanne relatiivsusteooriast jne.

Tartus 1921. a. toimunud kongressil tutvusin esmakordselt arvutuslükatiga. Tuli esinema vanemapoolne professor J. Sarv, käes lihtne umbes meetripikkune lauatükk. Ta võttis selle lauatüki piki pooleks ja ütles tasasel häälel: «Hakkame nüüd sellega arvutama». Neile paljudele, kes arvutuslükatit enne ei tundnud, oli see ütlus üsna rabav, selle lükati näiva lihtsuse pärast. Prof. J. Sarve omatehtud arvutuslükati erines tavalistest oma ehituselt selle poolest, et temal olid skaalade jaotused ekvidistantselt, numbrid juurde kirjutatud muidugi vastavalt kasutatud logaritmidele. Tutvustati ka vabrikutes valmistatud lükateid. Tagajärg oli see, et tellisin Viljandi koolile kohe 25 arvutuslükatit ja hakkasin nendega arvutamist õpetama.

Hiljem asutati matemaatika õpetamise komisjon, mis hakkas töötama oskussõnastiku, sümboolika, programmide jne. alal.

Tööst Tartu Ülikoolis. 1926. a. astusin Tartu Ülikooli Matemaatika-Loodusteaduskonna matemaatikaosakonda. Tol ajal ei olnud üliõpilased kinnistatud kursuste külge. Loengute kuulamine ei olnud kohustuslik. Eksamite sooritamise järjekord oli üldiselt vaba, välja arvatud ainest endast tingitud kitsendused. Praktikumidega ainetes eeldas eksam praktikumi arvestamist.

Alustasin füüsika praktikumist. Lõpetanud selle, tahtsin ära teha ka kujutava geomeetria praktikumi, sest selles aines korraldati praktikum üle aasta. Praktikumi juhendas abijõud. E. Kraus. Loenguid kujutavas geomeetrias ma kuulanud ei olnud. Tutvusin hädavajalikuga raamatutest, enamiku ülesandeid lahendasin iseseisvalt. Nii ülesannete kallal juureldes hakkasin kujutavat geomeetriat armastama. Kujutavas geomeetrias oli mu esimene eksam ülikoolis. Sellel kohtusin esmakordselt prof. J. Sarvega. Esitan järgnevalt prof. J. Sarve iseloomustava pildikese sellelt eksamilt. Üks eksamiküsimus oli mulle võõras. Arvasin, et olen selle tähelepanematusest vahele jätnud. Ütlesin professorile, et ma seda ei oska. Prof. J. Sarv vastas: «Aga mõtelge!» Mõtlesin, leidsingi lahenduse ja hakkasin vastama. Järsku peatusin, sest taipasin, et on tegemist erijuhtumiga, mida saab lihtsamini lahendada. Professor ütles: «Ärge vaadake midagi minu otsa, siit ei loe Teie mitte midagi välja.» Seletasin peatumise põhjuse ja kõnelesin siis ülesande lahendamisest nii üld- kui ka erijuhtumil. Prof. J. Sarv: «Miks Te mulle valetasite? Miks Teie ütlesite, et ei oska? Ma pean Teile välja panema oma kõige parema hinde, mis mul panna on.»

Kujutava geomeetria küsimuste iseseisvast lahendamisest selle aine praktikumis oli mul kasu kristallide struktuuri eksamil prof. H. Perlitzi juures. Eksamitööks antud kristalli puhul osutus selle aine loengutel õpitud võtete kasutamine keerukaks ning enamik eksaminande kukkus läbi. Mind päästis kujutava geomeetria meetodite rakendamine ülesande lahendamisel.

Järgmisel aastal kuulasin muu hulgas prof. G. Rägo loenguid rakendusmatemaatika numbrilistest ja graafilistest meetoditest ja tegin ära selle aine praktikumi. Prof. G. Rägo luges selgelt, korrektselt ja metoodiliselt viimistletult. Uut teemat alustas ta alati probleemi seadest ja ülesannetest, mis viivad selle probleemi juurde. Ettekanne oli hoogne, kergesti jälgitav ning konspekteeritav. Kiri ja joonised tahvlil ei oleks teinud häbi ühelegi raamatule. Isegi tahvli puhastamine tema poolt oli omaette meistritöö.

Praktikumi juhatas A. Tudeberg (Humal) abijõuna assistendi kohal, sest ta oli alles üliõpilane. Ta tegi oma tööd nii teaduslikult kui ka metoodiliselt hästi, olles vastutulelik seletuste andmisel, kuid nõudlik tööde vastuvõtmisel.

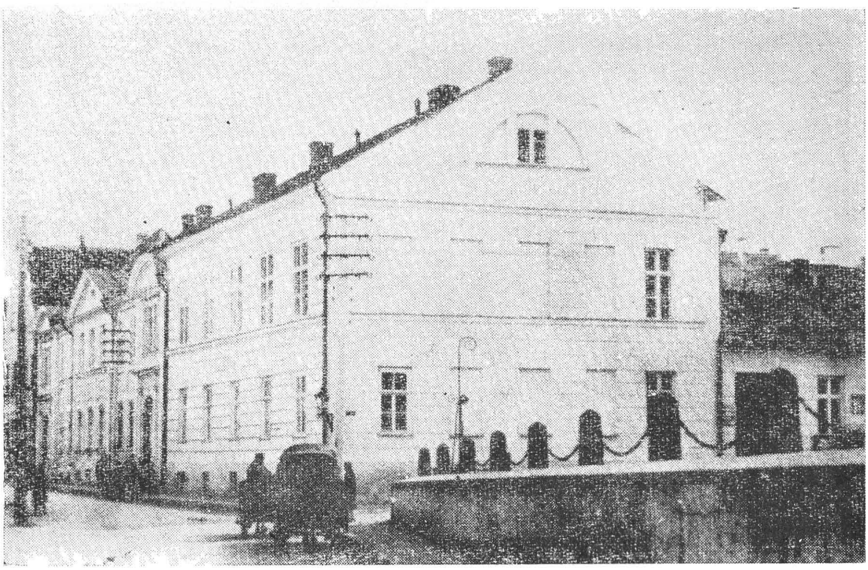
Kuigi rakendusmatemaatika numbriliste ja graafiliste meetodite õppimise tingimused olid head, kardeti eksamit selles aines nagu tuld, sest läbikukkumisi juhtus siin palju, olgugi et vähese ettevalmistusega prof. G. Rägo juurde eksamile minna keegi ei julgenud. Eksamil ei piisanud loengutel öeldu ja nõutava kirjanduse tundmisest, vaid prof. G. Rägo püüdis välja selgitada, kas üliõpilane on aines niivõrd kodus, et seda igakülgselt rakendada. Saatuslikuks võisid eksamil saada ka matemaatilise analüüsi ja analüütilise geomeetria küsimused, mis vaadeldava probleemiga olid seotud. Sooritasin sel aastal eksami rakendusmatemaatika numbrilistest ja graafilistest meetoditest ja veel mõnes teises aines. Kolmanda õppeaasta lõpuks oli mul ära tehtud enamik eksamitest.

* * *

Minu kolmandal üliõpilasaastal 1. aprillil 1929. a. öeldi mulle, kui loengutelt koju saabusin, et prof. Rägo on jätnud mulle kutse tulla matemaatika instituuti. Kuna mul sel semestril loenguid prof. Rägo juures ei olnud, mingit instituudi kodukorra vastu eksimust ka ise ei teadnud, siis pidasin seda algul üliõpilaste poolt väljamõeldud aprillinaljaks. Kui aga korteriperenaine ütles, et käis üks väga soliidse välimusega härra, ja kui ümbrikust leidsin prof. Rägo visiitkaardile kirjutatud kutse, siis jäin uskuma ja läksin.

Suur oli minu üllatus, kui professor kutsus mind nüüd matemaatika instituuti assistendi kohale abijõu nime all, kuna olin veel üliõpilane. Nii algas minu õppetöö ülikoolis. Pärast ülikooli lõpetamist 1932. a. võidi mind kinnitada sellele kohale nooremaks assistendiks ja pärast magistrikraadi omandamist 1936. a. vanemaks assistendiks.

Kui matemaatika instituuti tööle asusin, töötasid seal õppejõududena professor Hermann Jaakson, professor Gerhard Rägo, professor Jaan Sarv ja dotsent Jüri Nuut. Abijõududena assistendi kohal üliõpilased Arnold Tudeberg (praegune prof. A. Humal) ja mina. Õppeülesande korras luges mõningaid erikursusi



Hoone, kus asus ülikooli matemaatika instituut.

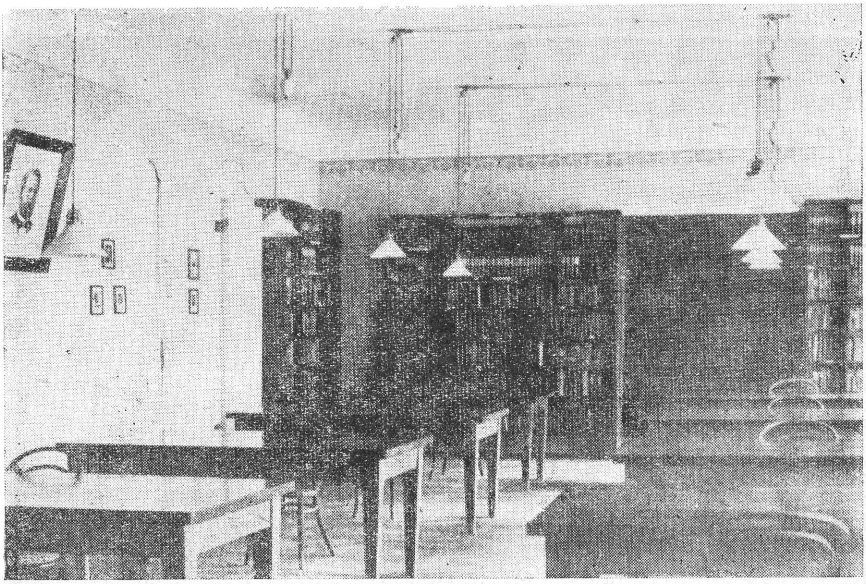
eradotsent Edgar Krahn. Matemaatika instituudil oli veel üks meesteenija, kes koristas ja küttis kõik ruumid, pesi loengute vaheajal tahvli, kleepis joonestuslaudadele paberi ning oli ühtlasi käskjalaks.

Matemaatika instituut asus Ülikooli tän. 16 teisel korrusel. Siin toimus ülikooli kogu matemaatika- ja mehaanikaalane töö. Matemaatika instituudil oli suur auditoorium, avar lugemistuba, seminariruum, kaks praktikumiruumi, instituudi juhataja kabinet, õppejõudude tuba, assistentide tööruum, pimik ja õppevahendite tuba, mida kasutati ka suitsetamistoana.

Kõikide tubade seintel rippus suurte matemaatikute raamitud pilte ja tähelepandavaid ütlusi. Prof. G. Rägo toa seinal oli F. Kleini pilt.

Matemaatika instituudil oli kaks alaosakonda: 1) rakendusmatemaatika-mehaanika ja 2) puhtmatemaatika osakond. Matemaatika instituudi ja esimese osakonna juhataja oli prof. G. Rägo, teise osakonna juhatajaks prof. H. Jaakson. Kuid instituudi tööst suurema osa tegi prof. G. Rägo.

Instituudis oli veel didaktilis-metoodilise seminari matemaatikaosakond. Didaktilis-metoodiline seminar oli loodud selleks, et tulevasi õpetajaid ka metoodiliselt ette valmistada. Seminari osakonnad olid kõikjal, kus õpetajaid ette valmistati. Didaktilis-metoodilise seminari üldjuhatajaks oli algul prof. P. Põld, hiljem prof. K. Ramul ja prof. G. Rägo.



Ülikooli matemaatika instituudi lugemistuba.

Didaktilis-metoodilise seminari matemaatikaosakonda juhatas prof. G. Rägo. Osakonnas loeti elementaarmatemaatikat kõrgemalt vaatekohalt ja matemaatika õpetamise metoodikat, millega kaasnesid seminarid ja proovitunnid koolides. Kogu metoodikaalast tööd tegi peamiselt prof. G. Rägo, osalt ka dotsent J. Nuut.

Prof. Rägo pidas õpetajate metoodilist ettevalmistamist alati oma südameasjaks. Ta nimetas niisugust õpetajate ettevalmistamist, nagu see oli tsaariajal, kui nõuti keskkooliõpetajalt vaid ülikooliharidust, «õpetajate ettevalmistamiseks kahekordse unustamise meetodiga», mille järgi esimene unustamine toimus ülikoolis, teine õpetajana tööle asumisel.

Matemaatika instituudil oli väga hea raamatukogu, mille soetamist tuleb pidada põhiliselt prof. G. Rägo teeneks. Ta oli alati hästi kursis kirjandusega ja tellis kõike, mis kusagil matemaatika alal väärtuslikku ilmus. Kirjandust oli eesti, vene, saksa, prantsuse, inglise, itaalia, rootsi, norra jt. keeltes. Raamatukogu kasvas aastail 1929—1939 minu mäletamise järgi umbes 3000 eksemplarilt 5000 eksemplarini. Matemaatika instituudile oli tellitud ka enamik tähtsamaid erialaseid ajakirju.

Kirjavahetust välisriikide kirjastajate ja kauplustega pidas prof. G. Rägo ise, kirjutades kõik kirjad käsitsi ja kopeerides need kopeerimisraamatusse. Rahaliselt oli sellise raamatukogu loomine raamatukallil ajal võimalik ainult tänu sellele, et matemaatika instituudis oli ametlikult 3 osakonda, milledest igaühel oli oma eelarve: seega sai instituut summasid umbes 3 korda rohkem, kui ta oleks saanud ühele eelarvele. Didaktilis-metoodiliselt seminarilt aga saime meie veelgi rohkem, sest tema teised osakonnad olid raha kasutamises passiivsemad ja nii juhtus sageli, et didaktilis-metoodilise seminari matemaatikaosakond sai endale ka tema teiste osakondade ülejääke küllalt suurte summadena. Prof. Rägo ei jätnud ühtki võimalust tähele panemata, kuna tegeles raamatukogu loomisega suure armastusega, nagu see temale omane oli kõikide tööde puhul, millele ta pühendus. Raamatud ja ajakirjad olid kataloogitud ülikooli raamatukogus kehtiva süsteemi järgi ja asetsesid lugemistoas riiulitel. Lugemistoa kasutamine oli rajatud täielikult usaldusele: iga matemaatikaosakonna üliõpilane, kes soovis, sai lugemistoa ja välisukse võtme ning võis käia lugemistoas, millal soovis, ja võtta riiulilt kohapeal kasutamiseks kõike. Mingit valvurit peale lugejate eneste lugemistoas ei olnud ja selleks polnud ka vajadust. Ülikoolis polnud sel ajal üldse valvureid, kuid mujal kusagil ma niisugust lugemistoa kasutamist ei ole näinud. Raamatut koju saada võis üliõpilane ainult erandjuhtudel matemaatika instituudi juhataja loal. Õppejõud võisid ise raamatuid võtta, tehes sissekande laenutusraamatusse.

Raamatukogu kontrolliti kord aastas. Juhtus ka, kuigi väga harva, et mõni raamat oli natukeseks «jalutama läinud», kuid varsti tuli ta ikkagi ise oma kohale tagasi.

A. Ruubel Viljandi tütarlaste gümnaasiumi õpetajana.

Tartu ülikooli matemaatika ja füüsika osakonna lõpetanud õpetajate kokkutulek Tartus 1930. a. Esireas vasakul J. Nuut, paremalt teine G. Rägo, teises reas keskel otsevaates A. Ruubel, tagareas paremalt teine A. Humal.

Matemaatika instituudil oli suur kogu õppevahendeid:

1) palju kipsist ja niidist geomeetrilisi mudeleid,

2) õppevahendeid numbriliste ja graafiliste meetodite praktikumis kasutamiseks: planimeeter, harmooniline analüsaator jt.,

3) õppevahendeid mehaanika loengute tarvis,

4) projektsiooniaparaat ja hea kogu diapositiive, mis olid valmistatud matemaatika instituudis või lastud teha tellimise järgi.

Loenguid peeti kõigis õppekavas nõutud ainetes. Et kindlat eksamite järjekorda ei olnud, võis enamikku ainetest, välja arvatud analüütiline geomeetria ning diferentsiaal- ja integraalarvutus, lugeda üle aasta. See võimaldas instituudi üldist loengulist koormust tunduvalt koondada. Nii oli igal õppejõul loenguid ainult 6—8 tundi nädalas. Kujutavas geomeetrias ning rakendusmatemaatika numbrilistes ja graafilistes meetodites toimus ka praktikum kummaski üle aasta vastavalt loengutele.

Üliõpilane, kes registreerus praktikumist osavõtjaks, sai praktikumi ruumi ja töölaua sahtli võtme. Sahtlis olid kasutamiseks instituudi poolt sirklikarp ja arvutuslükati.

Joonised tehti tušiga joonestuslaudadele kleebitud paberile, mida kleepis instituudi teenija.

Praktikumi juhendaval assistendil olid kindlad tunnid üliõpilaste individuaalseks konsulteerimiseks töö juures tekkinud küsimustes ja üliõpilaste tööde vastuvõtmiseks. Seejuures iga töö vastuvõtmine assistendi poolt toimus kollokviumisarnaselt. Töötada praktikumis võisid üliõpilased iga päev ja igal kellaajal. Niisugune praktikumi ruumi ja lugemistoa vaba kasutamine oli väga mugav ja soodustas üliõpilaste iseseisvat tööd ning raamatute kasutamist. Kui sageli räägitakse kodanliku aja üliõpilastest kui logelejatest ja pummeldajatest, siis mina oma matemaatika instituudis saadud kogemuste põhjal pean seda küll kategooriliselt eitama. Oli muidugi üliõpilasi, kellel oli õppimisega raskusi või kelle õppimisaeg oli veninud harilikust pikemaks. Instituudi ruumides käitusid kõik üliõpilased korrektselt.

Üliõpilastele anti igas aines teatud hulk harjutusülesandeid, mis nad pidid eksamile minnes lahendatult eksaminaatorile esitama. Kui töötasin juba matemaatika instituudis, siis viidi sisse regulaarsed kontrolltööd järgmistes ainetes: kõrgema matemaatika põhijooned, algpraktikum ja mehaanika, milledest esimesed kaks toodi sisse uute ainetena. Algpraktikumis ja mehaanikas, kus loenguid pidas prof. Rägo, tuli kontrolltööde ettevalmistamine, läbivaatamine ja hindamine teha minul. Üliõpilasi oli sel ajal palju, kuna inseneride ettevalmistamine toimus siis ka Tartus. Kontrolltööd tuli seepärast kirjutada Vanemuise tän. 46. suures ringauditooriumis. Kirjutati kontrolltöid harilikult üle nädala igas nimetatud aines. Kuna kontrolltööde eesmärgiks peeti nõrkade üliõpilaste edasimineku pidurdamist, siis hinnati neid töid rangelt

100-punktilises süsteemis, kusjuures arvesse tulid vaid täiesti õiged lahendused. Punktide koguarv kõikide semestris kirjutatud tööde kohta määras lõpliku arvestuse hinde. Punktide arv, mille mingi ülesanne andis, oli üliõpilastele ette teada. Iga töö kohta tuli mul kirjutada vigade analüüs, kus need vead tuli sisuliselt liigitada ja näidata nende esinemissagedus. Kõrgema matemaatika põhijoontes pidas loenguid dots. J. Nuut ja harjutusi korraldas assistent-abijõud R. Aavakivi.

Kui töötasin assistendina üliõpilaste praktikumides, hakkasid mind üha enam huvitama rakenduslike distsipliinide teoreetilised küsimused. Otsustasin katsetada sel alal uurimistööga. Aega aga oli vähe, sest assistendi töökoormus kodanlikul ajal oli suur. Uurimistööd sai teha peamiselt suvel.

1935. a. kevadel ütlesin prof. G. Rägole, et sooviksin hakata midagi uurima numbriliste ja graafiliste meetodite alalt.

Ta nimetas mulle J. C. Adamsi meetodit diferentsiaalvõrrandite numbrilise integreerimise kohta ja hiljuti ajakirjas «Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik» R. Misese poolt antud veahindamise võtet sellele meetodile.

Tutvusin kirjandusega ning tulin mõttele välja töötada Adamsi numbrilise integreerimise võttele vastav graafiline ja mehaaniline integreerimise võte. Mõlemad ideed teostusid. Viimati nimetatud osas valmistasin diferentsiaalvõrrandite integreerimise ketta, mis koosneb paigalseisvast ja sellel liikuvast kettast. Esimene oli varustatud ühe, teine mitme skaalaga. Integreerimisketta kasutamine toimub mõnevõrra sarnaselt arvutuslükati kasutamisega.

R. Misese poolt antud veahindamise valemit uurides märkasin, et see annab üsna kauge veatõkke ja mulle paistis, et tõket saab lähendada lähtetingimuste muutmisega. Uue valemi leidmisele ja selle kehtivuse tõestamisele veavalemina pühendusingi.

Kui prof. G. Rägo valminud tööd nägi, ütles ta, et võin selle töö esitada magistritööna.

Komisjoni ees, mille koosseisus olid professorid G. Rägo, H. Jaakson, J. Sarv ja dots. J. Nuut, kaitsesin 1936. a. selle töö pealkirja all «J. C. Adamsi meetod harilikkude diferentsiaalvõrrandite numbriliseks integreerimiseks» ning omandasin matemaatikamagistri kraadi, mis 1946. a. atesteeriti ümber füüsika-matemaatikakandidaadi kraadiks.

Järgmistel aastatel ning sõja ajal kirjutasin vaid mõned väikesed artiklid rakendusmatemaatika numbriliste ja graafiliste meetodite alalt, kuid neid, samuti nagu magistritöödki kusagil trükis ei avaldanud, olgugi et magistritöö soovitas prof. G. Rägo viimistleda ajakirja «Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik» tarvis.

Sõjaaja meeleolu ja okupatsiooniaeg ühes oma kõrvaltöödega viisid aga mõtted teaduslikust tööst hoopis kaugele.

(*Järgneb*)

DOTSENT J. GABOVITŠI JUUBELIKS

S. Baron, E. Reimers

Dotsent Jakob Gabovitš sündis 30. augustil 1914. aastal Tartu linnas. Pärast eragümnaasiumi lõpetamist Tallinnas 1932. a. oppis ta ühe aasta Elektrokeemia Instituudis Grenoble'is (Prantsusmaal). Aastal 1934 astus ta Tartu Ülikooli Keemiateaduskonda, 1935. aastal aga Matemaatika-Loodusteaduskonda. Katkestanud opinguid mitu korda majanduslikel ja perekondlikel põhjustel, lõpetas ta Tartu Ülikooli alles pärast Suurt Isamaasõda aastal 1945. Järgnes aspirantuur sama ülikooli juures (1946—1949), dissertatsiooni kaitsmine (1950) ja töö matemaatilise analüüsi kateedris (1949—1952). Alates 1952. aastast töötab J. Gabovitš Eesti Põllumajanduse Akadeemias matemaatika kateedris, 1960. aastast dotsendina.

Juubilar on avaldanud 52 teaduslikku tööd. Tema teaduslikud huvid on olnud üsna mitmekülgsed, kuid prevaleerinud on siiski huvi arvuteooria vastu, milliselt alalt on 17 teaduslikku tööd. Algebra ja matemaatilise analüüsi küsimustele on pühendatud 12, geomeetriale 8 ja astrofüüsikale 8 tööd. Kuues töös tegeleb juubilar matemaatika ajaloo ja matemaatika terminoloogia küsimustega.

Koos L. Kivistikuga on J. Gabovitš koostanud arvuteooria õpiku, mis peale traditsioonilise materjali sisaldab veel arvuteooria rakendusi ja mitmesuguseid harjutusülesandeid.

J. Gabovitši mitmekülgsus teaduslikus töös kajastub ka tema loengutes. Üliõpilastena oli meil võimalus kuulata tema huvitavaid matemaatilise analüüsi ja arvuteooria loenguid, mis olid läbi põimitud humoristlike momentidega ja ootamatute situatsioonidega. Kõik see tegi tema loengud haaravaiks ja kauaks meeldejäävaiks. Me imetlesime tema oskust humoristlikult seletada raskat materjali, millega ta süütas meis kõigis huvi õpitava distsipliini vastu.

Juubilar armastab väga ja tunneb hästi ka ilukirjandust. Üks tema teaduslik töö on pühendatud isegi kirjanduse ajaloole. Ta on hea maletaja ja maleülesannete koostaja, on korduvalt osa võtnud Euroopa linnade esivõistlustest kirimales. Isegi kui me lisame, et ta on veel suur muusikamees, kes komponeerib ja mängib hästi paljusid pille, ka siis ei loenda me kõiki tema oskusi ja huvialasid.

Koos kõigi ENSV matemaatikutega õnnitleme dotsent Jakob Gabovitšit suure juubeli puhul ja soovime talle head tervist ning uusi loomingulisi edusamme matemaatika ja huumori alal.

KUUS ÕPPETÖÖGA SEOTUD EPISOODI

J. Gabovitš

Seoses minu kuuekümnenda sünnipäevaga palus toimetus mul panna kirja mõned õppetööga seotud mitte just päris tavalised juhtumid. Alljärgnevalt püüan täita toimetuse palve.

* * *

Käis eksam. Kellel piletiküsimused ette valmistatud, tuli vastama, sai hinde kätte ja lahkus auditooriumist. Üks noormees mõtles piletiküsimuste üle eriti kaua ja jäigi viimaseks. Palusin teda vastama tulla. Noormees istus minu kõrvale ja vaikis. Ma ootasin kannatlikult. Juhuslikult heitsin pilgu põrandale ja nägin — põrandal kasvav loik ja noormehe püksid märjad. Suures segaduses palusin õppemärkmiku, panin hindeks «rahuldava», tõusin püsti ja surusin noormehe kätt. Tänase päevani pole mul selge, kuidas oleksid sellises olukorras toiminud minu kolleegid.

* * *

Kord tuli minu jutule viimase kursuse naisüliõpilane — agronoom. Noor, kena ja sümpaatne daam. Ammusest ajast oli tal jäänud akadeemiline võlgnevus — kõrgema matemaatika arvestus. Nüüd tahtis ta selle sooritada ja küsis minult, kuidas ta peab arvestuseks ette valmistuma. Tahtsin olla vastutulelik ja nõuda temalt vaid ühe koduse kontrolltöö kirjutamist. Oma mõtet väljendasin järgmisel kujul: «Kas teate, mis on kompromiss?» Vastus kõlas selliselt: «Seda kõverat me ei õppinud. Meil oli ainult hüperbool ja parabool».

* * *

Alustasin loengut. Mõne minuti pärast tundsin, et mul suu väga kuivab. Palusin üht tudengit tuua klaas vett. Tudeng lahkus auditooriumist ja oligi peatselt tagasi soovitud klaasiga. Suure januga rüüpasin paar kõva lonksu (umbes pool klaasi) ja siis tundsin, et tegemist on sulaselge viinaga. Mis teha? Ei või ju ometi ühe ulaka poisi pärast loengut pooleli jätta. Pidasin ikka vapralt loengu lõpuni vastu, siis alles kutsusin poisi oma töökabinetti ja korraldasin talle seal hoopis ebamatemaatilise loengu.

* * *

Ühes kontrolltöös pidid üliõpilased lahendama viis ülesannet. Iga õigesti lahendatud ülesanne andis ühe punkti, nii et rahuldava hinde saamiseks oli vaja lahendada vähemalt kolm ülesannet. Ühel tudengil oli lahendatud vaid üks ülesanne ja seegi mitte täies ulatuses. Töö lõpus oli lause: «Pakun viiki». Mis mul muud üle jäi kui vastata: «Olen nõus» ja hinnata töö poole punkti vääriliseks. Iseenesest mõistetavalt pidi üliõpilane selle töö hiljem ümber tegema.

* * *

Istusin kord kateedri tööruumis oma kirjutuslaua taga ja koostasin ülesandeid kontrolltöö jaoks. Mõne aja pärast sisenes ruumi mu kolleeg E. oma kaugõppeüliõpilasega (soliidses eas meeskodanikuga) ja ütles talle paberilehte ulatades: «Palun istuge siia ja lahendage need ülesanded.» Kui paari minuti pärast E. ruumist lahkus, tuli mainitud kodanik kiiresti minu juurde, ulatas ülesanded ja sosistas: «Palun, näidake mulle kiiresti, kuidas neid ülesandeid lahendada.» Kui ma niisugusest kohtlemisest toibunud olin, sain aru, et ta mind pidas õppejõud E. tudengiks — kaugõppijaks. Mäng hakkas mulle meeldima ja ma vastasin: «Difarvutuse eksam on mul ammu tehtud ja kõik unustatud; nagu näete, tegelen praegu integraalidega!» Pettunud tudeng istus tagasi oma toolile. Varsti tuli ka E. tagasi.

Nagu arvata võite, jäigi eksam sooritamata.

Kui hädavares ruumist lahkus, jutustasin muidugi E-le juhtumist, mille üle me tublisti naersime.

Aga sellega lugu ei lõppenud: see tuli üsnagi üllatav. Semestri möödudes kuulis kolleeg E., kes vahepeal oli pikemat aega komandeeringus, et tema hädavares-kaugõppija sooritas eksami teise õppejõu juures. Dekanaadis selgus, kes tema nõrga tudengi eksamil läbi laskis — see olin mina. Jah, mis sa teed, kui üliõpilasi nii palju on ja nende näod meelde ei jää. Aga on ju veel teine võimalus: tudeng õppis difarvutuse selgeks!

* * *

Vahel juhtub, et eksamineerija ja üliõpilase vahel ei teki eksami normaalseks kulgemiseks vajalikku objektiivset kontakti. Kas on selles süüdi õppejõu eelarvamus või üliõpilase üleliigne argus, või on mängus mõlemad faktorid — jäägu see psühholoogide uurimisobjektiks. Nii või teisiti, aga juhtub, et kuigi üliõpilase ettevalmistus on päris rahuldav, ei suuda ta korduvalt «oma» õppejõu juures eksamit sooritada.

Kord tuli minu juurde üliõpilane K. ja esitas rektori nimele kirjutatud avalduse, milles oli öeldud: «Seoses minu tervisliku olukorraga palun lubada sooritada eksam mitte professor R. vaid dotsent Gabovitši juures.» Rektori resolutsioon kõlas: «Palun vastu võtta». Algul ma ei saanud aru, milline seos on üliõpilase tervisliku seisundi ja õppejõu valiku vahel. Alles tudengi seletusest ilmnes, et ta oli käinud professor R. juures eksamil kolm korda ja selle tagajärjel sattunud isegi närvihaiglasse. Eksamil selgus, et ta teadmised vastasid hindele «hea».

DOTSENT OLAF PRINITSA TÄHTPÄEVAKS

J. Reimand

Tartu Riikliku Ülikooli matemaatika õpetamise metoodika kateedri juhataja dotsent, pedagoogikakandidaat Olaf Prinits sündis 3. septembril 1924. a. Türil. Sealsamas sai ta ka alg- ja keskhariduse. Pedagoogiameti õppimist alustas Tallinna Õpetajate Seminaris (1942). Esimeseks töökohaks sai Padise 7-kl. kool (1944), teiseks Tallinna 2. keskkool (1946). Tartu Riikliku Ülikooli perre kuulub O. Prinits 1947. a. Lõpetanud õpingud 1952. a. matemaatiku kvalifikatsiooniga, jäeti ta tööle teoreetilise mehaanika kateedrisse (juhatas prof. G. Rägo), kus töötas assistendi (1952), vanemõpetaja (1954), dotsendi kt. (1960) ja dotsendi (1962) ametikohal. Kui 1965. a. eraldus matemaatika õpetamise metoodika kateeder, valiti dots. O. Prinits selle juhatajaks.

O. Prinitsa teaduslik tegevus on seotud koolimatemaatika sisu ja õpetamise probleemidega. Üheaastases aspirantuuris (1958—1959) valmis tal prof. G. Rägo juhendamisel väitekiri «Kõrgema matemaatika elemendid keskkoolis», mille kaitsmise põhjal Kõrgem Atestatsioonikomisjon omistas O. Prinitsale pedagoogikakandidaadi teadusliku kraadi. Selles töös näitas O. Prinits, et just teaduslik-tehnilise progressi nõudel ja huvides tuleb koolimatemaatika sisu reformida, tuleb viia see vastavusse oma ajastuga. Moderniseerimise esimesse kontsentrisse kavandas O. Prinits kõrgema matemaatika elementide kooliviimise. Vastav idee oli esinenud vahelduva eduga juba enne sajandivahetust alanud matemaatilise hariduse moderniseerimisliikumises, kuid jäänud ikka realiseerimata nii taotluste ebareaalsuse kui ka algtingimuste puudumise tõttu. O. Prinits oskas aga katsetada ja luua niisuguse käsitluse, mis kooli sobis, omaks võeti ja kooli jäi. Toimunu hindamisel tuleb veel arvestada, et tookord polnud koolimatemaatika programmis kõrgema matemaatika elemente ei Eesti NSV-s ega Vene NFSV-s, samuti puudus kindel süsteem pedagoogide kvalifikatsiooni tõstmisel. Seetõttu tuleb igati tunnustada O. Prinitsa laialdast loomingulist ja organisatoorset tegevust katseõpikute, metoodiliste juhendite, monograafia «Funktsionaalne sõltuvus, tuletis ja integraal keskkoolis» (1963) ilmumisel, nn. katsetajate ja teiste matemaatikaõpetajate üle- ning ümberõpetamise süsteemi väljakujundamisel jm.

Siit algas ka teine kontsenter O. Prinitsa uurimistegevuses. Objektiks sai koolimatemaatika moderniseerimisliikumine ja selle taotlused kogu maailmas. Selgus, et mõndagi sobib meil juurutada, mõndagi tuleb endal teha. Igal juhul olid aga eeltööd tarvilikud (programmid, katseõpikud, metoodilised juhendid, ning kõige tähtsam — õpetajate ettevalmistamine uuenduste kooliviimiseks). Vastava töö tugipunktideks said eelkõige matemaatika

eriklassid. Esimene neist rajati juubilari initsiatiivil Tartu 1. keskkoolis 1961. a. Eeskuju järgisid Tallinna 1. keskkool, Nõo keskkool jt. Valmis rida matemaatika katseõpikuid üldhariduslikule keskkoolile, üheks autoriks O. Prinits. Sel ajal töötas ta ka ENSV Haridusministeeriumi matemaatikakomisjoni esimehena (praegu asetäitjana). Valmis käsiraamat «Täiendavaid peatükke matemaatikast matemaatikaklassidele» (1969). Üldistused jõudsid väitekirjade nivoole.

Reformiteemalised kandidaadidissertatsioonid valmisid O. Prinitsa juhendamisel E. Mitil (1973), J. Afanasjevil (1974) ja R. Rugal (1975).

Mitmepalgeline on olnud juubilari ühiskondlik tegevus. Ta on organiseerinud mitmeid teaduslik-pedagoogilisi konverentse, matemaatikaõpetajate suvekursusi jm. On Tartu Akadeemilise Meeskoori solist.

Profileeriva kateedri juhatajana on ta kümme aastat juhendanud matemaatikaõpetajate ettevalmistamist Tartu Riiklikus Ülikoolis, olles ise eeskujuks oma ainete õpetamisel, metoodikuna, pedagoogina.

Resümeerivalt võib öelda, et O. Prinits on oma teaduslikke ja pedagoogilisi ideid edukalt realiseerinud. Teda on autasustatud Eesti NSV Ülemnõukogu Presiidiumi aukirjaga (1964), EKP Tartu Linnakomitee ja Täitevkomitee aukirjaga (1962), rinnamärgiga «Haridustöö eesrindlane» (1963). Ta on pälvinud kiitust ENSV haridusministrilt, TRÜ rektorilt jt.

Soovime juubilarile tema teisel poolsajandil õnne ja edu!

KAHEST SEISUKOHAST MATEMAATIKA JA MATERIAALSE MAAILMA VAHEKORRA KÜSIMUSES

T. Möls

Matemaatika vahekord materiaalse maailmaga ja üldisemalt — tegelikkusega on olnud ja jääb tõenäoliselt edaspidigi filosoofiliste vaidluste objektiks. Tegelikult on siin terve rida erinevaid küsimusi, mis ühel või teisel määral on seotud mateeria ja matemaatika omavaheliste suhetega. Vaatamata sellele, et kõik need küsimused on matemaatika filosoofiliste probleemide seas üsna olulised, on nad siiani põhiliselt lahendamata. Kuulus füüsik ja matemaatik, Nobeli preemia laureaat E. Wigner kirjutab näiteks nii: «Matemaatika keel sobib erakordselt hästi füüsikaseaduste formuleerimiseks. See on imepärane kingitus, mida me ei mõista ... Meil jääb ainult tänada saatust tema eest ja loota, et ka oma tulevastes uurimustes saame teda endiselt kasutada.» [1] Matemaatikud M. Kac ja S. M. Ulam kirjutavad: «Küsimus matemaatika ja loodusteaduste vahekorrast on viinud filosoofe ja teadusloolasi juba sajandeid ummikusse.»[2] Muidugi on ka neid, kes matemaatika ja tegelikkuse vahekorras ei näe mingit probleemi ja, kasutades ühe tuntud matemaatiku sõnu, kõik sõltub ainult imestumise määrast.

Vaadeldes kirjanduses ja kuluaarides levinud seisukohti matemaatika ja tegelikkuse vahekorra küsimuses, võib suurema vaevata eristada kahte järjekindlalt vastandlikku poolust, mida edaspidi nimetame (a)- ja (b)-seisukohtadeks ja mille põhituum on ligikaudu järgmine.

(a) Matemaatika ei ole materiaalse maailmaga seotud selles mõttes, et tema uurimisobjektideks ei ole selle maailma nähtused või suhted; oma tõdede selgitamiseks ei vaja matemaatika eksperimentaalset kinnitust materiaalsest maailmast. Matemaatika areneb potentsiaalselt iseseisvalt ega sõltu oluliselt tegelikkusest.

(b) Matemaatika uurib materiaalse maailma nähtusi või nende abstraktsioone, tema tõdesid on vaja praktikas (materiaalses maailmas) kontrollida, matemaatika iseseisvus on vaid näiline.

Kummalgi seisukohal on küllaldaselt pooldajaid. Toome kõige-

---

[1] Е. Вигнер. Этюды о симметрии. М., «Мир», 1971, стр. 197.
[2] М. Кац, С. Улам. Математика и логика. М., «Мир», 1971, стр. 212.

pealt mõned näited (a)-seisukoha pooldajate kohta. Eesti matemaatik R. Mullari kirjutab: «Lugupeetud sm. Kisseljova. Lugesin äsja läbi Teie raamatu «Matemaatika ja tegelikkus». Pean aga kohe tunnistama, et ma mitte põrmugi ei ole Teiega (ja paljude Teie mõttekaaslastega) päri selles, et matemaatika uurib tegelikkust ja et vastupidine seisukoht on idealistlik.»[3] Ja teises kohas: «Teadus uurib ju ikkagi seda, mille kohta ta midagi väidab. Matemaatika absoluutsed väited ei saa aga kehtida tegelikkuse kohta...»[4] Tuntud matemaatikud A. A. Fraenkel ja Y. Bar-Hillel kirjutavad: «Siiani me üldse ei rääkinud kontseptsioonist, mille kohaselt matemaatikat käsitletakse empiirilise teadusena, mis kvalitatiivselt ei erine teistest empiirilistest teadustest. Me ei teinud seda põhjusel, et lihtsalt ei suuda kujutleda, kuidas saaks põhjendada usku, et «naturaalarvu ja reaalarvu mõistete lähteallikaks ja olemasolu põhjuseks on eksperiment ning praktiline kasutatavus», kuigi seda jutlustab Mostowski[5] ja kuigi analoogilisi avaldusi võib kohata mitmetes teostes...»[6]

(b)-seisukohta pooldavad paljud filosoofid, aga samuti mitmed matemaatikud. Mõned näited. Kõigepealt F. Engelsi klassikaline väide: «Puhta matemaatika objektideks on tegelikult maailma ruumilised vormid ja kvantitatiivsed suhted, järelikult väga reaalne materjal. Asjaolu, et see materjal avaldub äärmiselt abstraktses vormis, suudab ainult pealiskaudselt varjata tema päritolu välismaailmast».[7] Nõukogude filosoof G. I. Ruzavin, kes põhjalikult on uurinud matemaatika olemust, kirjutab: «Matemaatika, nagu teisedki teadused, uurib materiaalset maailma ja peegeldab oma mõistete ja seadustega selle maailma seadusi.»[8] «Matemaatika mõisted ja teooriad, nagu teistegi teaduste teooriad, annavad objektiivselt tõeseid teadmisi reaalse maailma omadustest ja seostest. Selle teadmuse tõesuse kriteeriumiks on praktika, mõistetuna küllalt laialt.»[9] Teine filosoof, juba eespool nimetatud N. A. Kisseljova arvab samamoodi: «Matemaatika muutub üha abstraktsemaks teaduseks, kuid ta uurib endiselt reaalseid suhteid reaalses maailmas ja seetõttu on Engelsi definitsioon õige ka kaasaegse matemaatika suhtes.»[10] Ungari matemaatik

---

[3] R. Mullari. Kiri «Matemaatika ja tegelikkuse» autorile. — Matemaatika ja kaasaeg, XV, 1968.

[4] R. Mullari. Matemaatika ja tegelikkus. — Matemaatika ja kaasaeg, VIII, 1965.

[5] A. Mostovski — tuntud poola loogik.

[6] А. А. Френкель, И. Бар-Хиллел. Основания теории множеств. М., «Мир», 1966, стр. 411—412.

[7] F. Engels. Anti-Dühring. ERK, Tallinn, 1954, lk. 35.

[8] Г. И. Рузавин. О природе математического знания. М., «Мысль», 1968, стр. 31.

[9] Sealsamas, lk. 145.

[10] Н. А. Киселева. Математика и действительность. Изд. МГУ, 1967, стр. 12.

A. Renyi leiab, et «matemaatikud koostavad reaalse maailma kaarti».[11] Lõpuks, N. Bourbaki märgib, et «tänapäevalgi mitmed matemaatikud, kes ise propageerivad leppimatut formalismi, hingepõhjas kirjutaksid meelsasti alla Hermite'i[12] pihtimusele: «Oletan, et arvud ja funktsioonid Analüüsis ei ole meie mõistuse suvaline looming; arvan, et nad eksisteerivad väljaspool meid niisama paratamatult nagu objektiivse reaalsuse objektid, ja meie kohtame või avastame neid ning uurime nagu uurivad füüsikud, keemikud ja zooloogid»».[13]

Toodud näidetest nähtub, et matemaatika ja tegelikkuse seoste suhtes on silmapaistvad mõtlejad jõudnud lahkuminevatele arvamustele. Tekib küsimus, milline seisukoht on õige? Siiski ei oleks vist kuigi mõistlik lahendada kujunenud ummikut liiga metafüüsiliselt, tunnistades ühed filosoofid õigeks, teised aga vääraks. Võib-olla on erinevad järeldused tulnud probleemide erinevast mõistmisest, mida toidab keele mitteühetähenduslikkus? Sellisel juhul näiliselt vasturääkivad seisukohad ei ole üldse vastandatavad.

Vaatleme argumente, mida peetakse silmas (a)- ja (b)-seisukohtade põhjendamisel. Need, kes pooldavad matemaatika sõltumatust tegelikkusest, tõstavad esikohale (avalikult või varjatult) matemaatika formaal-deduktiivse iseloomu, mille kohaselt teoreemi õigsus sõltub ainult teoreemi tõestamiseks kasutatavate loogiliste vahendite rangusest ning nende kasutamisviisist. Matemaatikal (täpsemini: igal konkreetsel matemaatilisel teoorial) on tõepoolest teatav seesmine (matemaatiline) tõekriteerium, mille kasutamiseks näiliselt ei olegi tarvis sooritada eksperimente väljaspool matemaatikat (täpsemini: väljaspool antud teooriat). Selles mõttes on eriti veenev nn. formaalsete süsteemidena esitatud teooriate iseseisvus. Formaalsed süsteemid[14] on üles ehitatud peaaegu mehaaniliselt, kusjuures matemaatiku kui subjekti mõju on viidud miinimumini (kuid mitte nullini!). Formaalses süsteemis defineeritakse esmalt ilma tähenduseta põhisümbolid (tähed ja muud kasutatavad märgid) ning reeglid, mille järgi põhisümbolitest võib moodustada avaldisi (algsümbolite kindlaid kombinatsioone, näiteks $5+x=6$). Seejärel loetakse teatavad avaldised (nn. aksioomid) tõesteks ja fikseeritakse kindlad tuletusreeglid, mille abil võib avaldisi teisendada. Suvalist avaldist (= teooria väidet) nimetatakse teoreemiks, kui ta on saadav aksioomidest tuletusreeglite abil. Avaldis loetakse tõeseks parajasti siis, kui ta on teoreem.

Formaalne süsteem sisaldab seega nii oma uurimisobjekti

---

[11] А. Реньи. Диалоги о математике. М., «Мир», 1969, стр. 39.
[12] C. Hermite — prantsuse matemaatik (1822—1901).
[13] Н. Бурбаки. Теория множеств. М., «Мир», 1965, стр. 317.
[14] Formaalsete süsteemide kohta vt. näiteks märkuses 6 nimetatud teosest lk. 323—336.

(avaldised ja nendevahelised seosed) kui ka uurimisvahendid (tuletusreeglid, loogika). (Formaalse süsteemi enda uurimist peab aga teostama mõnes laiemas süsteemis, formaalses või mitteformaalses.) Kuna põhisümbolite, avaldiste, aksioomide ning tuletusreeglite valik on suurel määral suvaline (ainsaks kitsenduseks on nõuded, mis garanteerivad, et tekib mingi teooria, mitte aga mõttetus ja kaos), siis näib siin kõik olevat algusest lõpuni matemaatiku või matemaatikute poolt postuleeritud «mäng». Igatahes on teooria **näiv** seos reaalse maailmaga väga nõrk. Vaadeldud argument (a)-seisukoha kasuks ongi nähtavasti kõige kaalukam.

Teiseks argumendiks (a)-seisukoha kasuks on asjaolu, et matemaatika väited ei käi otseselt matemaatikaväliste objektide kohta. Vähe sellest: abstraktses matemaatikas ei ole võimalik väljendada ühtegi reaalse maailma konkreetset mõistet (kuigi matemaatikaväliste vahenditega võib sageli anda teatava vastavuse reaalse maailma nähtuste ja mõningate spetsiaalsete matemaatiliste mõistete vahel). Kolmandaks argumendiks on see, et enamusele tänapäeva matemaatika mõistetele ei ole teada prototüüpe või esindajaid tegelikkuses. Nii näiteks on mitmete hulgateooria objektide või tulemuste «otsimine» tegelikkuses absurdne (hulgateooria tavalise interpretatsiooni korral).

(b)-seisukoha pooldajate kaalukaimaks argumendiks on matemaatika praktiline kasutatavus inimese tegevuses. Matemaatika baasil loodud teoreetiline füüsika ja tehnika on inimkonnale osutanud loendamatuid teeneid. Kui matemaatika ei oleks seotud reaalse maailmaga, kuidas saaks ta siis kasulik olla inimese praktilises tegevuses? Kosmoseraketi konstrueerimisel näiteks teostatakse elektronarvutitega suurel hulgal mahukaid arvutusi; kuidas saab olla võimalik, et matemaatilise loomingu «tegelikkusest sõltumatuid» tulemusi kasutades saab reaalselt lendava raketi? Millest on tingitud, et funktsionaalanalüüsil ja rühmateoorial põhinev kvantfüüsika ennustab aine kiirgusspektri joonte täpsed asukohad ja intensiivsused, ennustab uusi elementaarosakesi jne.? Näiteid selles suunas võiks tuua palju.

Vaadeldav argument (b)-seisukoha kasuks seisneb faktiliselt füüsika seaduste ja paljude teiste loodusseaduste matemaatilises iseloomus. Nii näiteks on keha kiirendus esimeses lähenduses (s. t. mitterelativistlikus lähenduses) võrdeline kehale mõjuva tungiga ja kui seda seadust väljendada isegi kõige mittematemaatilisemas vormis, jääb ta oma olemuselt ikkagi matemaatiliseks. Öeldut kinnitavad loodusteaduste matematiseerimisel saadud rohked kogemused ja see, et need kogemused ongi matemaatika praktilisel kasutamisel aluseks.

Teine argument matemaatika loodusteaduslikkuse kasuks seisneb selles, et mõnikord jõuavad erinevad matemaatikud täiesti sõltumatult töötades samadele teooriatele ja mõistetele. Kui matemaatiline tõde oleks ainult matemaatiku subjektiivne looming, siis tuleks niisuguseid sündmusi pigem imeks pidada kui tavaliseks nähtuseks.[15] Hoopis loomulikum on see, et uus matemaatiline tulemus on avastus (mitte aga leiutis), s. t. matemaatiline maailm on matemaatikust sõltumatu ja eksisteerib mingil viisil objektiivselt. Argumendiks materialisti käes on nüüd see, et ei ole mõistlik oletada kahe objektiivse maailma — materiaalse ja matemaatilise — sõltumatust teineteisest. Hoopis tõepärasem on, et matemaatiline maailm on mateeriaga kuidagi oluliselt seotud ja seega annab matemaatika uurimine teadmisi ka materiaalse maailma kohta.

Kokkuvõttes võiks öelda, et (a)-seisukoha pooldajad lähtuvad matemaatikast, (b)-seisukoht on aga loomulikuks järelduseks matemaatikat tarbivatest teadustest lähtudes ehk, kasutades nõukogude matemaatiku G. E. Šilovi väljendit[16], esimese seisukoha pooldajad «elavad» matemaatika sees, teise pooldajad aga väljaspool matemaatikat.

Ülevaade (a)- ja (b)-seisukohtadest oleks poolik ilma kriitikata ja vastukriitikata, mida kumbki neist arendab vastaspoole suhtes. Peatume alguses (a)-seisukoha kriitikal ja esmalt vaatame väidet, et matemaatika arendamisel pole matemaatikul tarvis pöörduda materiaalse maailma poole: kogu vajalik informatsioon on matemaatikas eneses olemas. Selle argumendi kriitika (b)-seisukohalt väidab, et matemaatika (ja muuhulgas ka formaalsete süsteemide) arendamisel ei ole matemaatikutel täielikku vabadust, kusjuures vabadust piiravad just mateeria omadused. Jätame siinkohal vaatlusest välja selle momendi, et **igal** formaalsel teoorial on oma eellugu, mille algus on aritmeetika, eukleidilise geomeetria või millegi muu kaudu inimese praktilises tegevuses ja seega otseselt määratud mateeria omadustega. Tõepoolest, matemaatika isa ei näi vajavat sellist «geneetiliselt» materiaalset päritolu.

Samal põhjusel jätame (a)-seisukoha kritiseerimisel arvestamata ka matemaatika teise «geneetiliselt» materiaalse iseloomujoone, nimelt selle, et valdav osa matemaatikast tugineb loogikatele, mis on lähedased igapäevasele (Aristotelese) loogikale, viimane on aga kujunenud inimese aastatuhandete-pikkuse praktilise tegevuse jooksul ja kajastab järelikult paljude materiaalsete nähtuste «seesmist loogikat».

Tõeliselt oluliseks kitsenduseks, mis suunab matemaatikute tegevust, on aga nõue mitte sattuda teoorias vasturääkivustesse. Siinkohal on huvitav märkida analoogiat elusorganismide bioloogilise evolutsiooni ja matemaatiliste teooriate evolutsiooni vahel. Matemaatiline teooria käitub organismina, tema aksiomaatika

---

[15] Vt. märkuses 11 nimetatud raamatus lk. 31—34.

[16] Võetud 1973. a. Tartus toimunud üleliidulisel matemaatika ajaloo konverentsil peetud ettekandest, mis oli pühendatud matemaatika ja tegelikkuse vahekorrale.

(või üldse alused) — selle organismi genotüübina; teooria arendamine kujutab kasvuprotsessi, vastuolu ilmnemine teoorias aga tähendab eluvõimetuse avaldumist. Nagu bioloogilises evolutsioonis, nii on ka matemaatika evolutsioonis valivaks jõuks teatav keskkond (antud juhul matemaatik koos reaalse maailmaga), s. t. evolutsioneeruva süsteemi suhtes **väline** faktor. Tõepoolest, kui teooria loomisel (väljamõtlemisel) või arendamise teataval etapil vastuolu ei ole ilmnenud, siis ei ole veel teada, kas see teooria on vasturääkiv või mitte. Matemaatikud on siis lihtsalt äraootaval seisukohal (reeglina väga optimistlikul!) ja arendavad teooriat rahulikult edasi. Kas teoorias ilmneb edaspidi vastuolu või mitte, sõltub nüüd ainult teooria «genotüübist» ja nendest **teooriavälistest** vahenditest, mille abil teooria mittevasturääkivust (eluvõimelisust) kontrollitakse. Matemaatika evolutsioon seisnebki selles, et matemaatikud säilitavad paljude teooriate või üldisemalt — formaalsete spekulatsioonide seas ainult neid, kus vastuolu ei ole ilmnenud, ja arendavad neid edasi. Niiviisi imbub matemaatikasse märkamatult informatsiooni materiaalse maailma sügavaimatest seaduspäradest, täpselt samuti nagu bioloogilisse liiki salvestub loodusliku valiku tulemusena informatsiooni liigi elukeskkonna kohta.

Üldjoontes analoogiline olukord valitseb ka teiste teaduste evolutsioonis. Ameerika loogik ja filosoof H. B. Curry kirjutab nendest asjadest järgmiselt: «Füüsikas on kõik teooriad hüpoteetilised: me võtame teooria vastu, kui tema abil saab teha kasulikke ennustusi ja muudame või parandame teda, kui seda teha ei saa. Nii on olnud ka matemaatiliste teooriatega, kus vasturääkivuse ilmnemisega on tulnud modifitseerida doktriine, mille õigsuses varem keegi ei kahelnud... Gödeli teoreem [17] väidab, et see ongi kõik, mida me teha võime...» [18]

Peale mittevasturääkivuse on matemaatiliste teooriate evolutsioonis oluline tähtsus ka veel teistel **matemaatikavälistel** faktoritel, nagu näiteks teooria lihtsusel, ilul ja kasulikkusel, mida kõike peetakse teooria arendamisel silmas. Tegelikult hõlmab neid näitajaid üksainus koondnäitaja: teooria kasulikkus inimkonna praktilises tegevuses. Nähtavasti see näitaja ongi matemaatiliste teooriate valikut otseselt või kaudselt määravaks faktoriks. Pakub ju matemaatika tervikuna huvi ning omab eluõigust ainult sedavõrd, kuivõrd tema tulemused on kasutatavad väljaspool teda. Iga konkreetne matemaatiline teooria peab samuti teenima seda eesmärki, s. t. peab olema kasulik mõne tegelikkuses rakendatava distsipliini edendamiseks või ise rakendatav olema, kasvõi potentsiaalselt. Seega on matemaatika sõltumatus tegelikkusest (s. t. (a)-seisukoha üks põhiargumente) seatud tugeva kahtluse alla

---

[17] Gödeli teoreemi kohta vt. märkuses 6 nimetatud raamatust lk. 364 jj.

[18] Х. Карри. Основания математической логики. М., «Мир», 1969, стр. 39.

ja ka käesoleva kirjutise autoril on raske seda kahtlust mitte jagada.

Asudes järgnevalt kritiseerima (b)-seisukohta (a)-seisukohalt, tuleb kõigepealt peatuda (b)-seisukoha põhiargumendil — küsimusel matemaatika sobivusest loodusseaduste kirjeldamiseks. Kuigi (a)-seisukoha pooldajad eelistavad konkreetsete kriitiliste märkuste asemel piirduda umbusu väljendamisega (b)-seisukoha argumentide väärtuse suhtes, võib siiski leida ka küllalt otseseid kriitilisi märkusi nende argumentide aadressil. Kriitika tuuma väljendab üsna selgesti R. Tammeste (ja mitmete teiste Tartu matemaatikute) mõte, et matemaatika on lihtsalt keel, milles saab esitada väga paljusid erinevaid struktuure, nende seas ka struktuure, millel on teatav sarnasus reaalse maailma struktuuridega. Matemaatika ise on täiesti neutraalne ja passiivne nende struktuuride mingisse eelisjärjekorda seadmise suhtes. See, et seni loodud matemaatika struktuurid on osutunud sobivaiks loodusseaduste esitamisel, on siinjuures seletatav kasvõi näiteks eespool märgitud (vt. lk. 60) geneetiliselt tingitud mitteoluliste seostega materiaalse maailma ja matemaatika vahel, aga ka sellega, et füüsikud ja teised matemaatika tarbijad otsivad matemaatiliste vahendite lõpmatust varasalvest neile sobivad vahendid oma eesmärkide saavutamiseks, kusjuures matemaatika ise ei soovita ühtegi vahendit eriliselt.

Teiste sõnadega: **olemasolev** (seni loodud) matemaatika on praktika jaoks sobiv nimelt seetõttu, et ta on loodud praktika tellimusel praktika tarbeks praktilistest kogemustest saadud informatsiooni alusel ja hoopiski mitte sellepärast, et **igasugune** (olemasolev või mitteolemasolev, kuid põhimõtteliselt võimalik) matemaatika on paratamatult tegelikkusega adekvaatne, täiesti sõltumata oma päritolust ja loomise ajenditest (viimases aga seisnebki (b)-seisukoha argument).

(b)-seisukoha vastuse toodud kriitikale võib leida näiteks E. Wigneri juba nimetatud tööst. Wigner kirjutab (lk. 190 jj.), et kui füüsik avastab kahe suuruse vahelise sõltuvuse, mis meenutab mõnda matemaatikast tuntud sõltuvust, siis ta kohe oletab, et avastatud seos **ongi** see matemaatiline sõltuvus. Selliselt matemaatiliste vahendite laost võetud seadused, mille valimisel füüsik hooletult kasutab enamasti üsnagi puudulikke eksperimentaalseid andmeid, annavad paljudel juhtudel mateeria liikumisseaduste hämmastavalt täpse kirjelduse ja seega palju rohkem informatsiooni, kui füüsikul oli kasutada seaduse valimisel. «See näitab, et matemaatiline keel ei ole lihtsalt suhtlemisvahend, vaid ainuke keel, milles võib rääkida. On õige arvata, et matemaatiline keel vastab asjade olemusele.» [19]

Vaatleme kolme näidet, mis Wigner toob öeldu kinnituseks.

---

[19] Vt. viide 1, lk. 56.

Kui I. Newton avastas ülemaailmse gravitatsiooniseaduse, olid tal kasutada ainult napid katsetulemused ja katseviga oli seejuures umbes 4%. Kuid seadus, milleni Newton infinitesimaalarvutuse kaasabil jõudis, kehtis hilisemal astronoomilisel kontrollimisel täpsusega vähemalt 0,0001% ja sai täpsete füüsikaseaduste etaloniks. Selle seadusega ennustati muuhulgas tundmatute planeetide olemasolu ja asukohta.

Teiseks näiteks on elementaarne kvantmehaanika, mis sai alguse M. Borni tähelepanekust, et mõned W. Heisenbergi poolt eksperimentaalselt leitud füüsikaliste suuruste arvutuseeskirjad on formaalselt sarnased matemaatikutele ammu tuntud maatriksarvutuse reeglitega (hiljem selgus, et üldisemal juhul tuleb maatriksite asemel võtta tõkestamata enesekaassed operaatorid separaablis Hilberti ruumis). Born, Jordan ja Heisenberg tegid selle peale ettepaneku asendada klassikalise (analüütilise) mehaanika liikumisvõrrandites koordnaatidele ja kiirustele vastavad muutujad maatriksitega. Nad kasutasid saadud maatriksmehaanikat paari lihtsustatud probleemi lahendamisel ning said üsna häid tulemusi. Kuid ei olnud veel suuri lootusi, et maatriksmehaanika osutub kõlblikuks reaalsemate nähtuste kirjeldamisel. Olukord ei muutunud eriti ka siis, kui W. Pauli mõni kuu hiljem rakendas maatriksmehaanikat vesiniku aatomi teooriale ja sai katsega heas kooskõlas olevaid tulemusi, sest võis veel oletada uue mehaanika loomisel kasutatud katseliste faktide teatud tagasimõju (need faktid olid seotud nimelt vesiniku aatomiga). Alles siis, kui T. Kinoshita ja teised arvutasid uue mehaanika alusel välja heeliumi aatomi põhiseisundi energia ja see oli vaatlustulemuste piires (täpsusega umbes 0,00001%) eksperimendiga kooskõlas, oli selge, et uues mehaanikas sisaldub erakordne informatsioon mateeria mikrostruktuuri kohta. Kvantmehaanika edasine areng kinnitas seda oletust täielikult.

Kui Newtoni teooria seos eksperimendiga on veel küllaltki piltlik ja selgesti jälgitav, siis maatriksmehaanikasse tungis katsest saadud informatsioon juba väga tugevasti teisendatud kujul nn. Heisenbergi reeglite näol. Kolmas näide, mille Wigner toob, on Lambi nihke teooria ja see on juba peaaegu puhtalt matemaatiline teooria, mille ainsaks eksperimentaalseks kinnituseks on selle poolt ennustatav peen füüsikaline efekt (vesiniku aatomi elektroni energiatasemete väike erinevus) ja selle suuruse ühtelangevus katselisega.

Wigneri poolt toodud näited matemaatika efektiivsuse kohta moodustavad teoreetilises füüsikas teadaolevatest juhtudest üksnes tühise osa. Tegelikult on kaasaegset teoreetilist füüsikat väliselt raske eristada matemaatikast. Funktsionaalanalüüs, rühma- ja ringiteooria, geomeetria kõikvõimalikud harud, viimasel ajal ka homoloogilise algebra meetodid jne. oleksid nagu spetsiaalselt füüsika tarbeks loodud. Paljude uute füüsikaliste efektide ja objektide matemaatiline ennustamine on muutumas kõige igapäevasemaks nähtuseks.

Ei saa aga sugugi öelda, et füüsika otseselt tellib matemaatikutelt vajalikke teooriaid. M. Kac ja S. Ulam toovad oma raamatus kaks järgmist eriti efektset kontranäidet. Mitteeukleidiline geomeetria Riemanni esituses oli abstraktsena loodud varem, kui Einstein selle üldise relatiivsusteooria aluseks võttis. Seejuures on Riemanni geomeetria tänapäevani jäänud ainsaks adekvaatseks matemaatiliseks mudeliks makroskoopilisele ruumiteooriale. Teiseks näiteks on Fourier' poolt loodud trigonomeetriliste ridade teooria, mille puhtmatemaatiline edasiarendus viis Hilberti ruumi mõisteni. Komplekssete Hilberti ruumide teooria oli matemaatikas juba üsna täielikuna olemas, kui J. von Neumann selle 1932. a. kvantmehaanika aluseks võttis, kus see tänapäevani äärmiselt loomulikuna ja elegantsena konkurentsivabalt püsib. Analoogilisi näiteid võiks tuua palju ja kõik need süvendavad muljet, et ilusate sisukate matemaatiliste teooriate loomiseks on miskipärast vähe võimalusi, aga samal ajal parajasti niipalju, kui on tarvis teoreetilisele füüsikale.

Vaatame lõpuks veel küsimust sellest, kas matemaatika uurib tegelikkust või mitte. Nimetame kokkuleppe korras mingi valdkonna uurimiseks selles valdkonnas **tegelikult võimalike** (tõeste) nähtuste väljaselgitamist kõigi selles valdkonnas formaalselt mõeldavate nähtuste seast. Lihtsaimaks uurimiseks on vastava valdkonna objektide vahetu vaatlus, mille tulemusena heal juhul õnnestub täheldada mõningaid tegelikult esinevaid (ja seega võimalikke) nähtusi antud valdkonnas. Kuid vahetult saab vaadelda üldiselt väga piiratud, enamasti tühist osa kõigist võimalikest nähtustest uuritavas valdkonnas. Seepärast kuulub uurimise kõrgema taseme (nimelt teadusliku taseme) juurde niisuguste spetsiaalsete meetodite või reeglite leidmine, mis aitavad välja selgitada tegelikult võimalikke nähtusi ilma neid eelnevalt vaatlemata. Selles ja ainult selles seisneb igasuguse teadusliku uurimise lõppeesmärk. Näiteks Newtoni gravitatsiooniteooria võimaldab leida nõrgas gravitatsiooniväljas liikuvate taevakehade võimalikke trajektoore, vaadelduna mitte väga pika ajavahemiku jooksul ja mitte liiga täpselt. Bioloogia kirjeldav haru — taimesüstemaatika — aitab ette öelda, milliseid taimi looduses üldse esineb. Teoreetiline meditsiin selgitab, kuidas käitub organism ühe- või teistsuguse patoloogia korral.

Rakendades nüüd sama kriteeriumi matemaatikale, võib (b)-seisukoha pooldaja julgesti väita, et matemaatika uurib tegelikkust, sest tema seisukohalt uurib matemaatika võimalusi tegelikkuse nähtuste toimumiseks. Moodustades konkreetsete loodusteaduste eksperimentaalse poolega ühtse terviku, ei ole matemaatika osa reaalsuse tunnetamisel põrmugi väiksem kui eksperimendil, kusjuures see osa suureneb pidevalt. Kaasaegsele teoreetilisele füüsikale on iseloomulik, et materiaalse maailma hiiglasliku matemaatilis-füüsikalise mudeli kogu seos reaalse maailmaga on täielikult määratud juba väga väheste eksperimentidega (nn. tugieksperimentidega). Maailma kõik teised füüsikalised omadused on määratud juba matemaatilise mudeli mittevasturääkivusega. Seega peab tunnistama, et sõltumata sellest, mida arvab üks või teine matemaatik ise mitmesuguseid matemaatilisi struktuure uurides, uurib ta faktiliselt reaalse maailma kõige sügavamaid struktuure ja võimalikke seoseid. Sellele järeldusele ei vii mitte filosoofilised spekulatsioonid, vaid kogemused, mis on saadud matemaatika kasutamise pika praktika jooksul.

Kogu asi seisab selles, et tunnetuse, eriti matemaatilise tunnetuse mehhanism oma kõige ilmsemalt väljendatud suhtelise iseseisvusega vahetult empiiriliste eelduste suhtes näitab just teaduse arenemise praegusel etapil veenvalt, et mõtte liikumise tee mõistuse teoreetilistelt konstruktsioonidelt nende mõtete reaalsete prototüüpide otsimisele maailmas ei ole anomaalia, vaid maailma tunnetuses inimmõistuse järjest suurenev aktiivse osa avaldus. Ja mingisugust müstikat siin ei ole. Mitte ainult matemaatika, vaid ka loogika ja füüsika tunnevad tänapäeval näiteid, kus puhtteoreetiliselt tuletatud süsteemid asetatakse selgitusskeemidena tegelikkuse fragmentidele ning ilmutavad hämmastavat empiirilist fundamentaalsust. Selline tunnetusmehhanism määras mingil määral ülemineku mitteeukleidilistelt geomeetriatelt füüsikalise ruumi käsitusele relatiivsusteoorias, Boole'i algebralt kontaktreleesüsteemide arvutlusele.

(G. Zaitsenko «John Locke»)

TRÜ Matemaatikateaduskonnast

TRÜ MATEMAATIKATEADUSKONNA ÜTÜ

P. Normak

Üliõpilaste õppe- ja teaduslikus tegevuses omandab järjest suuremat kaalu ÜTÜ ehk äraseletatult Üliõpilaste Teaduslik Ühing. Heidaksimegi järgnevalt põgusa pilgu ÜTÜ liinis tehtavale tööle TRÜ Matemaatikateaduskonnas.

Kõige tähtsamaks töölõiguks on kujunenud matemaatika-alased ringid, mis töötavad põhiliselt nooremate kursustega. Ringide eesmärgiks on ühelt poolt tutvustada üliõpilasi ülikooli matemaatikaprogrammis puuduvate, kuid seejuures haritud matemaatiku jaoks oluliste tulemustega ning teiselt poolt viia noori tudengeid võimalikult kiiresti kurssi neid huvitavas erialas saavutatuga. Ringide töö toimub valdavalt seminarivormis. Sissejuhatavad, samuti raskemad ettekanded on ringi juhendajalt, ülejäänud jaotatakse ära üliõpilaste vahel. Selline töövorm parandab üliõpilaste teadmisi uuritavast teemast ning arendab ühtlasi esinemisoskust. Kuna ringid töötavad kateedrite juures, siis on nad ka kindla suunitlusega. Näiteks 1974/75. õppeaasta sügissemestril tegutsesid esimese kursuse jaoks ringid algebra ja geomeetria kateedri juures assistent K. Kaarli ning matemaatilise analüüsi kateedri juures noorema teadusliku töötaja T. Leigeri juhendamisel. Teise kursusega töötasid samal ajal ringid matemaatilise analüüsi kateedri juures dotsent H. Türnpu ning arvutusmatemaatika kateedri juures professor G. Vainikko juhendamisel. Erinevate õppejõudude poolt peeti ka sari loenguid kaasaegse matemaatika aktuaalsetest probleemidest ja põhilistest arengusuundadest. Järjekindlalt toimub algebraseminar vanemate kursuste üliõpilastele dotsent M. Kilbi juhendamisel. Tuleks veel mainida matemaatika õpetamise metoodika kateedris tehtavat tööd. Siin on igale tudengile leitud jõukohased probleemid: kui esimeste kursuste üliõpilased uurivad endiste tuntud eesti koolimatemaatikute kujunemist tunnustatud pedagoogiks, siis vanemate kursuste üliõpilased tegelevad peamiselt üldhariduslike koolide matemaatikaprogrammide analüüsiga.

Kevaditi, tavaliselt aprilli keskel, toimub Matemaatikateaduskonna ÜTÜ konverents, kus üliõpilased esitavad juba kogu teaduskonna üliõpilastest ja õppejõududest koosnevale auditooriumile oma uurimistulemusi. Paremratele ettekannetele antakse Tartu Riikliku Ülikooli aukiri. ÜTÜ konverentsidele on alati kutsutud esinema külalisi ka teistest NSV Liidu õppeasutustest. Näiteks 1974. aasta konverentsil osalesid üliõpilased Läti Riiklikust Ülikoolist, Uraali Riiklikust Ülikoolist ja Tallinna Pedagoogilisest Instituudist, 1975. a. konverentsil Tbilisi Riiklikust Ülikoolist. Samal ajal saabub TRÜ Matemaatikateaduskonna üliõpilastele kutseid osavõtuks teiste kõrgemate koolide ÜTÜ konverentsidest üle kogu NSV Liidu. Käesolevate ridade autor on ÜTÜ poolt komandeerituna käinud näiteks Moskva Riiklikus Ülikoolis ja Sõktõvkari Riiklikus Ülikoolis. Ja kõik see — esinemisärevus ÜTÜ konverentsil, teiste rahvaste tundmaõppimine, arutlused ning neist väljakasvavad uued ideed — kuulub kahtlemata üliõpilaselu aktivasse.

Alates kolmandast kursusest tuleb enne kevadist eksamisessiooni esitada kursusetöö, mille sisuks on viimase õppeaasta jooksul saadud uurimistulemused. Paremad kursusetööd esitatakse ÜTÜ konkursile. See toimub 3-etapilisena: ülikoolisisene, vabariiklik ja üleliiduline. Matemaatika osas ÜTÜ konkursi kahel esimesel etapil olulist vahet pole, kuna rõhuv enamik auhinnalisi kohti vabariiklikul konkursil langeb TRÜ saagiks. Esimene preemia toob aga kõrgema ja keskerihariduse ministri allkirjaga diplomi, laureaadi rinnamärgi ja rahalise «ergutuse».

Paralleelselt erialase konkursiga toimub ühiskonnateadustealane konkurss. Sellest võtab osa kogu üliõpilaspere ning siin on kõrvuti uurimusliku töövormiga nooremate kursuste jaoks ametlikult fikseeritud ka referatiivne töövorm. Konkursile esitatavad tööd kasvavad enamikus välja referaatidest, mille on õppetöö raames kohustatud esitama iga üliõpilane. Peab märkima, et ühiskonnateaduste-alane töö üliõpilastega on nii TRÜ-s kui vabariigis üldse kõrgel järjel. Näiteks üleliidulisel konkursil esimesele preemiale kandideerinud kuuest tööst filosoofia alal olid neli meie vabariigist. Ja seda vaatamata sellele, et meil spetsiaalselt filosoofe ette ei valmistata.

Peale selle on üliõpilastel võimalik stipendiumile lisa teenida osavõtuga ülikooli juures asuvate probleemlaboratooriumide tööst või arvutuskeskuses tehatavatest lepingulistest töödest. Siiani on seda võimalust aga kahjuks suhteliselt vähe ära kasutatud.

Mõningal määral takistab edukat teaduslikku tegevust, esinemist teiste vabariikide ÜTÜ konverentsidel ja osavõttu üleliidulisest ÜTÜ konkursist halb vene ning võõrkeele oskus. See ei kehti mitte ainult matemaatikute, vaid kõikide erialade üliõpilaste kohta. Praegustele kooliõpilastele soovitakski enam tegelda vene ja võõrkeelega, sest eestikeelsed õpikud rahuldavad vaid nooremate kursuste tudengeid.

Et tõhustada üliõpilaste iseseisvat teaduslikku tegevust, viidi alates 1974. aastast neljanda õppeaasta õppeprogrammi sisse kursus «Teadusliku uurimistöö alused». Kursus vältab kaks semestrit, koosneb teoreetilisest osast ja seminarist ning lõpeb arvestusega. Kursus jaguneb järgnevalt:

1) ülevaade teaduslik-tehnilisest revolutsioonist ning teaduslikust uurimistööst NSVL-is ja ENSV-s; 2) informaatika; 3) õiguslikud probleemid; 4) loogika; 5) heuristilised meetodid (seminar); 6) teadusliku töö vormistamine; 7) seminar, kus üliõpilased kannavad ette oma uurimistulemuste põhjal koostatud artikli; 8) teadusliku eksperimendi väljatöötamine ja läbiviimine.

Kuna «Teadusliku uurimistöö aluste» kursus on koostatud teaduskonnasiseselt, siis võib eelnenud loetelus edaspidi tulla muudatusi seoses kursuse viimisega ühtsetele alustele kogu ülikooli ulatuses.

Üliõpilaste teaduslikku uurimistööd ei saa aga vaadelda lahus õppeprotsessist, kuna arvestatavate teaduslike tulemuste saavutamiseks tuleb eelkõige hästi tunda ülikooli kohustuslikus õppetöös pakutavat. Sel eesmärgil alustatigi 1974. aastast üliõpilasolümpiaadide korraldamist deviisi alla «Üliõpilane ja teaduslik-tehniline progress». Olümpiaad oli kolmevooruline: õppeasutustesisene (I voor), vabariigisisene (II voor), lõppvoor Moskvas. Kuigi nii võistkondlikult kui individuaalselt ENSV esindajad matemaatikas kõrgetele kohtadele ei küündinud, märgiti meie vabariiki ära selles mõttes, et siin oli esimese vooruga haaratud suhteliselt kõige rohkem üliõpilasi. Olümpiaadi lõppvooru ülesanded võib asjast huvitatu leida «Matemaatika ja kaasaja» eelmisest numbrist. Kuivõrd olulisteks peetakse sääraseid ettevõtmisi, näitab kasvõi seegi, et olümpiaadi pidulikul lõpetamisel Moskva Riikliku Ülikooli aulas olid presiidiumis NSVL kõrgema ja keskerihariduse minister Jeljutin, ÜLKNÜ esimene sekretär Tjazelnikov, MRÜ rektor Hohlov, kosmoselendur Kubassov, akadeemikud Kolmogorov, Emanuel ja mitmed teised tuntud ühiskonnategelased. Samas toimunud sõnavõttudes nenditi olümpiaadi õnnestumist ja avaldati arvamust, et see üritus tuleks muuta traditsiooniliseks.

Lõpuks võiks ehk küsida, mis siis tõmbab üliõpilasi nii ohtralt pead murdma kaasaegse matemaatika probleemide kallal? Vastus sellele saab olla ainult üks: avastamisrõõm. Ootamatu idee mitmest kandist pusitud probleemi lahendamiseks mõjub lausa tervistkahjustavalt:

1) südamekloppimine; 2) külmajudinate võidujooks mööda selga; 3) soojakolde tekkimine kõhus, millest kuumad joad vahetevahel ülespoolegi kalpsavad; 4) käte värisemine.

Samaväärselt, kuid teises suunas, mõjub see, kui veendud mõne sekundi pärast oma «geniaalse» idee mõrasuses. Kirjeldatud «vahelduv dušš» teebki matemaatikaga tegelemise nii nauditavaks. Sageli jõutakse sellele äratundmisele aga alles ülikoolis.

MULJEID MATEMAATIKUTE PÄEVALT NOVOSIBIRSKIS

R. Lepik

Märtsis 1975 oli kolmel Matemaatikateaduskonna üliõpilasel võimalus sõita Novosibirskisse. Võtsime seal osa Novosibirski Riikliku Ülikooli poolt organiseeritud matemaatikute päevadest, mis seal on juba traditsiooniks saanud, kuid meie ülikooli esindajad võtsid sellest osa esmakordselt. Novosibirski Riiklikus Ülikoolis on kuulutatud matemaatikute päevaks 1. aprill ja korraldajad avaldasid lootust, et nende eeskujul see kunagi üleliidulises ulatuses või veelgi laiemates mastaapides teoks saab.

Esimestel päevadel tutvustati meid Novosibirski linnaga ja sealsete üliõpilaste eluga. Kuna me viibisime Novosibirskis kõige suurema lumesulamise perioodil, siis üldmulje oli veidi vesine. Linnas on kõrvuti üsna kaasaegsete rajoonidega ka päris mahajäänud linnajagusid, mis meie arvamust linnast tublisti langetasid. Iseloomulik on see, et Novosibirskis on 10 kõrgemat õppeasutust ja palju igasuguseid teaduslikke uurimisasutusi.

Kõige rohkem huvitas meid siiski sealne ülikool ja selle matemaatikateaduskond. Kogu ülikooli kompleks asub linnast väljas ja sinna juurde on ehitatud ka kõik vajalikud teenindus- ja kaubandusasutused. Kuna enamus üliõpilasi elab ühiselamutes ja selles rajoonis praktiliselt muud rahvast ei olegi, siis tudengielu seisukohalt on sealsed üliõpilased lausa kadestamisväärses olukorras. Seda ei jäeta ka kasutamata. Tundub, et sealsed tudengid on meist hoopis aktiivsemad.

Meie külakäigu põhiline eesmärk oli osavõtt matemaatikute päevast. Pidulik osa algas kell 14 Teadlaste Majas. Kõigepealt esinesid kõnedega Novosibirski RÜ juhtivad matemaatikud, nende seas akadeemik S. L. Sobolev. Sõnavõtud olid lühikesed ja igati sobivad esimesel aprillil. Tervitused ja mälestusesemed andsid seejärel üle kõigi 10 delegatsiooni esindajad. Peale väikest vaheaega toimus kontsert, mis meie arvates oli üle ootuste hea. Eriti jäi meelde viienda kursuse üliõpilastest koosneva trio esinemine, kellele see oli omamoodi lahkumiskontserdiks. Parim number oli Novosibirski Teatrikooli pioneeride poolt esitatud umbes 20 minutit kestnud tervituskontsert.

Kella 17 paiku algas pressikonverents õppejõududega. See toimus kõige suuremas auditooriumis, aga siiski olid kõik istekohad täidetud. Küsimustele aga ei tahtnud ega tahtnud lõppu tulla. Nähtu ja kuuldu põhjal viisime ka ise teaduskonna tsiviilkaitsepäevadel Otepääl läbi samasuguse pressikonverentsi ja loodetavasti õnnestub neid korraldada ka tulevikus.

Matemaatikute päeva lõpetamiseks oli sealse ülikooli spordisaalis suur pidu. Peale matemaatikute oli sinna kogunenud hulgaliselt ka teisi tudengeid, nii et kogu suur saal oli rahvast täis. Osavõtjate jaoks korraldati samal ajal kitsamas ringis koosviibimine, kus viibisid kõik delegatsioonid ja meid vastu võtnud kohalikud üliõpilased. Seltskond sobis väga hästi ja kõigi uute tuttavate küllakutseid ei jõua nüüd ka kõige parema tahtmise juures vastu võtta.

Kogu reis ja eriti matemaatikute päev meeldis meile väga ja vähemalt esialgu on plaanis järgmisel aastal ka siin midagi sellist korraldada. Loodan, et see ka teoks saab.

Teiste sõnadega, kui tegemist on kommunikatsiooniga ilma kommunikatsiooni vajaduseta, lihtsalt sellepärast et keegi tahab kommunikatsiooni preestriks hakates ühiskondlikku ja intellektuaalset prestiiži omandada, siis langeb teate kvaliteet ja kommunikatiivne väärtus alla kui tinalood. See on nagu Rube Goldbergi masin, mis on tehtud selleks, et näidata, missuguseid imeasju võib ilmselt täiesti sobimatu aparaadiga korda saata, ja mitte selleks, et temaga midagi teha. Kunsti teeb elavaks ja huvitavaks soov leida uusi asju, mida öelda, ja uusi viise, kuidas neid öelda.

(Norbert Wiener «Küberneetika ja ühiskond»)

Kaitsku taevas meid esimeste romaanide eest, mis on kirjutatud sellepärast, et noormees tahab kirjanikuks saada, ja mitte sellepärast, et tal on midagi öelda! Samuti kaitsku taevas meid matemaatika-alaste tööde eest, mis on küll korrektsed ja elegantsed, millel puudub aga ihu ja hing.

(Norbert Wiener «Küberneetika ja ühiskond»)

Manin

MÕNDA TEADUSLIKUST TÖÖST[1]

J. Manin

1708. aasta veebruaris külastas projektijate suurt akadeemiat auväärne külaline Lemuel Gulliver, «algul kirurg ja seejärel laevade kapten». Selle külastuse protokollist, mille on koostanud hoolikas, kuid mittekompetentne vaatleja, on näha, et akadeemia põhiliseks tegevuseks olid «uurimusliku iseloomuga» tööd. Peale «päiksekiirte kogumisest kurkides» (mille lahendamise üle oli õigustatult uhke K. A. Timirjazev!) ja «õhu paksendamisest», et temast kätte saada salpeetrit (ammooniumsalpeetrit saab tõesti sünteesida hapniku ja lämmastiku abil, mida saadakse vedelast õhust), on enamus probleeme, mida mainitakse Gulliveri aruandes, jäänud uurimuslikeks ka meie kaasaegseile. Projektijate akadeemia vanim liige, kes tegeles «inimekskrementide muutmisega neiks toitaineiks, milledest nad moodustusid», lähtus ilmselt vajadusest organiseerida ainete kinnine ringkäik orbitaaljaama piiratud ruumis. Teine teadlane, kes Gulliveri meelest tegeles jää muutmisega püssirohuks, töötas arvatavasti välja meetodeid deuteeriumi ja triitiumi eraldamiseks tavalisest veest. Ilma selleta pole mõeldav termotuumarelva tootmine. Professor, keda huvitas «sepkulatiivsete teaduste edendamine tehniliste ja mehaaniliste vahendite abil», ennetas samuti oma aega kaks ja pool sajandit: N. Wieneri sõnade järgi tegi elektronarvutite puudumine veel 25 aastat tagasi taoliste projektide teostamise võimatuks.

Ma võiksin veelgi näiteid tuua, kuid esitan kõige üllatavamaid. Lemuel Gulliveri enda veidi irooniline suhtumine neisse suurepärastesse projektidesse oli vaid lüli ajakirjanduslike traditsioonide ahelas. Veel kaua võis inimkonnale tunduda naljakas, et «laputlased on igaveses ärevuses ega naudi ainsatki momenti hingelist rahu, kusjuures nende erutus tuleneb põhjustest, mis ei avalda mingit toimet teistele surelikele».

Kuidas sellega ka poleks, teaduse energeetiline potentsiaal ja otsene sotsiaalne roll on meie ajal saanud nii ilmseks, et teadusega tegelemine ei nõua enam erilist õigustust isegi oleskleja silmis.

---

[1] Artikli [Ю. И. Манин. Формула таланта. — «Молодой коммунист», 1964, № 3, стр. 62—66] tõlkis U. Kaljulaid. Pealkirja on muudetud autori soovil.

Me oleme harjunud ütlusega «teadus teenib inimkonda». Kuid mitte kõik ei anna endale veel aru sellest, et mida rohkem inimesi vabaneb näljast, viletsusest ja ebaõiglusest, seda rohkem hakkab inimkond teenima teadust. Ümbritseva maailma tunnetamine on lõpmatult avar tegevuspõld vabale inimesele, mis võib talle tuua õnne ja õigustust eluks.

Ja kuigi iga pioneer teab, millised harjutused olid Juri Gagarini kosmoselennuks ettevalmistamise kompleksis, räägime väga vähe sellest, milliseid professionaalseid omadusi vajab noor inimene, kes on otsustanud end pühendada teadusele, ja sellest, kuidas neid endas kasvatada.

Mind paluti kirjutada juurdleva ja distsiplineeritud mõistuse kasvatamisest. Loomulikult võin ma rääkida vaid isiklikust kogemusest ja mingil määral ka oma elukutsest — matemaatikast.

Arvan, et esimene, mida noorel inimesel teadusega tegelemiseks tarvis läheb, on uudishimu ja visadus. Laps esitab pidevalt küsimusi ja nii saab ta täiskasvanute abiga oma esimestel eluaastatel väga palju teada. Kui aga nooruk ei õpi iseseisvalt leidma vastuseid teda huvitavatele küsimustele, siis kaotab ta aja jooksul võime küsida.

Raadios loetakse tihtilugu veidraid kirju: «Kallis toimetus! Jutustage meile, palun, mida endast kujutavad kosmilised kiired...» Mulle tekitavad taolised saated alati meelehärmi. Nad näitavad, et kirjade autorid ei ole koolis omandanud peamist — oskust õppida. Lapsepõlveaegade uudishimu on veel jäänud, kuid rahuldada seda viieminutilise saatega — tähendab kasvatada endas pinnapealsust. Muuseas, üsna tihti ei leia rahuldust seegi terake uudishimu, sest kirja saatja ei tunne vajadust keerata lahti raadiot, et kuulata vastust.

On parem, kui nooruk suudab entsüklopeedia, nõuande või bibliograafia abil üles leida sobiva populaarteadusliku kirjanduse. Akadeemilistes seeriates, aga ka teistes väljaannetes on ilmunud rohkesti suurepäraseid raamatuid, mis võivad rahuldada esimese uudishimu. Kahjuks ei suuda kaugeltki igaüks üles otsida vajalikku raamatut ega seda õigesti kasutada, aga kataloogi ei oska isegi vanemates klassides kasutada peaaegu mitte keegi. Oleks üsna vajalik õpetada juba koolis noori töötama kataloogide ja bibliograafiatega ning iseseisvalt leidma vastuseid tekkinud küsimustele.

Kuid tõeline tung teaduse poole ei või rahulduda ainult sellega. Kõige värskemad, huvitavamad ja õpetlikumad teated sisalduvad teaduslikes mongraafiates ja sellistes žurnaalides nagu «Успехи математических наук», «Успехи физических наук», «Журнал экспериментальной и теоретической физики», «Вопросы языкознания», «Вопросы истории», «Вопросы литературы», «Советская этнография», «Доклады Академии наук СССР» jt.

Tuginedes oma tagasihoidlikule kogemusele, tahaksin öelda neile, kes on praegu kuusteist-seitseteist: ärge kartke tõelist teaduslikku kirjandust! Igaüks teist võib mõista, millest seal on kirjutatud, võib kindlaks teha, mida teatakse, mida mitte, milliseid ülesandeid püstitatakse ja kuidas neid lahendatakse. Ei ole vaja ainult arvata, et see on kerge. Kuid see ei ole ka raskem, kui koolitöö kõrval muusika või raadioasjandusega tegelemine.

Nooruses tahtsin saada lennukikonstruktoriks. Et on veel ka matemaatiku elukutse, sellest polnud mul aimugi. Loomulikult ei olnud mul ka mingit ettekujutust sellest, mis on kõrgem matemaatika. Puhtast uudishimust avasin kord Võgodski kõrgema matemaatika õpiku.

Selgus, et seal kirjutatut võib mõista, üht-teist isegi ilma erilise vaevata. Siiani mäletan rõõmsat erutust, mis mind valdas, kui osutus, et loetut kasutades suutsin õigesti lahendada ülesandeid. Tegelikult oli see esimene kord, kui õppisin tegema midagi iseseisvalt, ja see, mida ma nüüd oskasin, oli väga huvitav.

Koolis olid meil sel ajal praktikal pedagoogilise instituudi üliõpilased. Saanud teada minu innustusest, tutvustasid nad mind oma õpetajale Jakov Lazarevitš Kreiminile. Ta oli minu esimene õpetaja, kes avas mulle terve uue maailma.

Õppisin hulgateooriat, lahendasin ülesandeid Güntheri ja Kuzmini raamatust. Hiljem hakkasin tegelema arvuteooriaga ja lugesin läbi isegi ühe saksakeelse artikli. Kui keegi enne seda oleks mulle öelnud, et keelt tundmata võib mõista ja lugeda saksakeelset matemaatilist kirjandust, siis poleks ma teda uskunud. Kuid soov tutvuda selle uurimusega, mida polnud vene keelde tõlgitud, tegi oma töö. Ma ei usu eriti mälu harjutamisse igasuguste ristsõnade ja nuputamisülesannete või malemängu kaudu. Aga kui te regulaarselt ja keskendunult päevas tunni või kaks-kolm tundi nädalas teete üht ja sama asja, siis hiljem tingimata veendute, et olete saavutanud eesmärgi.

Koolis ja instituudis esitatakse teile küsimusi, et kontrollida materjali omandamist. Kuid tõeliselt sügavate teadmiste kriteeriumiks on oskus ise häid küsimusi esitada.

Teada küllalt hästi mõnd faktide ahelat ja nende juurde pakutavat selgitust — see pole veel kõik. Tuleb püüda näha lünki ja lihtsustusi, ligikaudsust ja ebamäärasust, varjujäävaid detaile ja üldistusvõimalusi, uute eksperimentide perspektiive ja seoseid teiste faktide ning teooriatega. Selliseks lähenemiseks õpitavale ainele on vaja püsivust ja süvenemist. Tuleb võidelda loomuliku kalduvusega võtta kõike puhta kullana. Inimene, kelles on kasvatatud harjumus uskuda kõike kirjutatut, võib teaduses vaevalt edukalt töötada.

Noored inimesed peavad endale aru andma sellest, et iga vastus igale küsimusele on tinglik, ligikaudne ning lõppkokkuvõttes kujutab endast vaid alust uuteks küsimusteks. Vastata neile küsimustele — see on teadlaste uute põlvkondade üritus, võib-olla teie üritus. Ei maksa klammerduda ainult faktidesse. Põhiline on selge arusaamine nendevahelistest seostest. Avameelselt öeldes, ei mäleta ma isegi oma viimase töö detaile, kuid võin selle töö taastada, sest tean ideed.

Uute küsimuste püstitamine mängib meie teaduses erakordset osa. Kui kujutleda, et teadlaste armee liigub edasi plaanipäraselt, allutades tundmatut, siis püstitatud, kuid mitte veel lahendatud ülesanded on justkui kõrgendikud, mis on esimesteks eesmärkideks. Teadlase intuitsioon teeb hüppe läbi tundmatu ala — tekib hüpotees, millele pole algul võib-olla isegi lähenemisteed. Kuid sellised hüpoteesid on majakaiks, mis juhivad teadlast õiges suunas.

Ühe oma kaasaegse tunnistuse järgi märkis Einstein kord puulõhkumise eeliseid teadusliku töö ees: asi edeneb kiiresti ja resultaadid on kohe nähtavad. Selles nukravõitu naljas väljendub tunne, mis on tuttav igale koolilapsele, kui «ülesanne ei tule välja». Lisagem vaid, Einstein ütles seda siis, kui ta tegeles gravitatsiooniteooriaga, olles juba loonud erirelatiivsusteooria, Browni liikumise ja fotoefekti teooriad. Ta oli sellal oma loominguliste võimete tipul, omades suurepärast eruditsiooni füüsikas ja matemaatikas.

Siin me jõuamegi teoreetiku töö põhiliste raskuste juurde. Need seisavad selles, et kogu materjal asub peas. Te lugesite, õppisite võtteid, mida kasutatakse analoogilistel juhtudel, jätsite meelde idee, mille variant võiks teile osutuda kasulikuks. Kui te lõpuks alustate oma ülesandega, siis võite vaid kombineerida omaenda mõtteid ja mälestusi. See on igav ja vaevarikas töö, mida võib kergendada vaid töödistsipliin.

Eksperimentaalfüüsikuil on hea reegel: «Kui ei tea, mida teha — tee ikkagi midagi!» See ongi distsipliini esimene käsk: ära kunagi istu tegevuse juures, käed rüpes. Kui viljatuina ka mõtisklused ei näi, tuleb pidevalt mõelda.

On mõningad mehaanilised võtted, mis võimaldavad vältida mõtte pöördumist juba tallatud radadele, mis ei viinud teid edasi ülesande lahendamisel, ning mis sulgesid teid viljatute ettekujutuste ringi.

Sellises olukorras püüab matemaatik kuidagi muuta ülesande sõnastust, leida erijuhtu, millal lahendus on lihtsam, või varianti, mille lahenduse leidmiseks tuleb teha pikk arvutuste seeria.

Arvutused annavad selle hinnalise eksperimentaalse materjali, mille läbimõtlemine viib uute ideede tekkimisele. Otsus alustada pikka ja igavat arvutust, mille resultaati te ei suuda ette näha, nõuab teatavat tahtejõudu. Kuid jõukaotus taolises ettevõttes on pöördvõrdeline täpsuse ja järjekindlusega.

Arvatavasti võib iga matemaatik jutustada inimestest, kellest ei saanudki teadlast, sest nad ei suutnud täpselt ja järjekindlalt arutleda, aga see on vajalik idee muutmisel tõestuseks. Tihtilugu taolised inimesed ei tunne mingit puudust ideedest. Just mõtteidukese muutmine täisväärtuslikuks teaduslikuks resultaadiks on neile kättesaamatu. Seepärast on püsivuse, kannatlikkuse ja täpsuse kasvatamine täiesti hädavajalik mitte ainult teadlasele, vaid igale inimesel. Sellega tuleb tegelda kogu elu vältel.

Populaarseis teaduse ja tehnika ajaloo raamatuis motiveeritakse tihtilugu teadlaste kõrvalhuvide osa naiivselt nende põhitegevusega. Tuuakse näiteid, kus avastus sai teoks idee ülekandmisega ühest valdkonnast teise, kus see veel oli tundmatu. Arvan siiski, et kõrvaliste probleemidega tegelemine on sagedamini midagi aktiivse puhkuse taolist ning just seetõttu väga vajalik.

See ei tähenda muidugi, et taolise «puhkuse» resultaadiks ei võiks olla väljapaistvad tööd. Inglane Michael Ventris, kes dešifreeris kreeta lineaarkeele B, oli samal ajal suurepärane arhitekt ja väljapaistev keeleteadlane. Kuid vaevalt üks neist erialadest abistas teda teises. Siiski, millega te ka ei tegeleks oma põhialal, on võõrkeelte õppimine minu arvates kõige kasulikumaks kõrvalharrastuseks.

Kui ma käisin koolis, otsustas minu ema, kes oli vene keele õpetaja, hakata õppima ka inglise keelt. Koju ilmus õpik. Uudishimust hakkasin seda lugema, jättes meelde sõnu. Selle huvi tulemuseks oli Jack Londoni jutustuste lugemine originaalis, mida ma kaheksandas klassis klassivälise lektüürina vastasin. Aga ülikooli esimesel kursusel huvitusin F. Villoni poeesiast, mida lugesin vana-prantsuse keeles.

Võib muidugi arvata, et matemaatikule pole iial tarvis selliseid teadmisi, et see on ennem kirjaniku ülesanne. Minu arvates on taoline vaade vaid osaliselt õige. Kõik, mis on kindlalt püsima jäänud teie mällu, leiab hiljem või varem rakenduse teie elus ja rikastab teid. Millalgi tuletate tänuga meelde just seda, mis esimesel pilgul näis olevat juhuslikult omandatud ja tarbetu. Juurdleva ja distsiplineeritud mõistuse kasvatamine — see pole tõsine, süvenenud ja süstemaatiline tegelemine ainult oma põhitööga, vaid tingimata ka niisama huvitunud suhtumine igasse muusse küsimusse, mis nõuab teie tähelepanu. Teadmine peab olema asjastatud. Tundmatust ei tohi ükskõikselt mööduda. Tuleb püüda leida aega ja võimalusi, saamaks täielikku ettekujutust sellest või teisest faktist, nähtusest.

Ma olen peaaegu kõik öelnud. Paljud vaidlevad vastu, et haritus, visadus, juurdlev mõistus on vaid talendi hoolsad teenrid, ning neil on õigus. Keegi meist ei saa olla andekam, kui ta on. Kui professor Richmanni surmas pikselöök eksperimendi ajal, milles ta, nagu ka oma eelnenud tegevuses, oli üles näidanud rohkem püüdlikkust kui silmapaistvat võimekust, ütles Lomonossov: «Härra Richmann suri suurepärast surma, täites oma kutsekohuseid.» Veel lisas Lomonossov: «Mälestus temast ei kustu.» Ja see on ka tõsi.

KEELEREPLIIK

Ü. Kaasik

Viimastel aastatel ilmunud matemaatikaõpikutes on peale metoodiliste muudatuste ette võetud ka terve rida terminoloogilisi uuendusi. Kõiki neid uuendusi siinkohal vaatlemata (kuigi kuluks!) tahaksin tähelepanu juhtida vaid ühele uusmoodustisele. Nimelt on kõigis õpikutes[1] nüüd senise «hulktahuka» asemel kasutusele võetud uus termin «tahkkeha».

Mingi termini asendamisel uuega tuleb endale esitada kolm küsimust (kusjuures järgmist küsimust on mõtet esitada ainult jaatava vastuse korral eelmisele):

1) Kas vana termin on halb ja asendamine seega hädavajalik?

2) Kas valitud uus termin on sobiv ja parem kui vana?

3) Kas selle termini asendamisega kaasnevad muutused ülejäänud terminoloogias on vastuvõetavad?

1) Pikka aega kasutusel olnud termin «hulktahukas» on küll kohmakavõitu, kuid kooskõlas vastava võõrsõnaga («polüeeder»), hulktahuka mitmete erijuhtude nimedega («risttahukas», «tetraeeder», «kaksteisttahukas» jms.) ning teistes keeltes välja kujunenud traditsioonidega (многогранник, полиэдр, polyhedron, das Vielflach, das Polyeder). Seega peaks vastus esimesele küsimusele olema minu arvates eitav. Sellele vaatamata lähme üle teise (tegelikult juba tarbetu) küsimuse juurde.

2) Pakutud uusmoodustis «tahkkeha» on senise terminiga võrdselt kohmakas, kuid ühtlasi veel häirivalt sarnane teise keskkoolis vajaliku terminiga «tahke keha». Juba üksnes seepärast peaks vastus teisele küsimusele olema eitav, aga esitame siiski veel ka kolmanda küsimuse.

3) Kui termin «tahkkeha» tõepoolest vastuvõetavaks tunnistatakse, siis tuleb sellele kohandada ka terve rida teisi termineid — kõigepealt muidugi need, mis praegu lõpevad «-tahkudega». Samuti aga oleks allakirjutanu arvates loomulik kõrvale heita näiteks termin «hulknurk», mille asemele analoogia põhjal tuleks nähtavasti võtta «lõiklest», sest «tahkkeha» = «tahkudega piiratud keha», seega siis «lõiklest» = «sirglõikudega piiratud lest» («lest» on vist ainus seni kasutamist leidnud üldnimi tasapinnalise kujundi jaoks; kui see aga ei meeldi, siis on ju veel olemas sõna «latakas»). Olgu selle «lõiklatakaga» kuidas on, aga vastus kolmandale küsimusele näib olevat samuti eitav.

Aga mis sellest jutust kasu on?

---

[1] K. Ariva, E. Etverk, A. Telgma, A. Undusk, A. Vihman. Matemaatika VIII klassile. Tln., 1972, lk. 224; K. Ariva, O. Prinits. Matemaatika XI klassile. Tln., 1973, lk. 159; K. Ariva. Matemaatika katseõpik XI klassile. Tln., 1974, lk. 171. Esimeses ja kolmandas antakse ebasoovitava paralleelvormina ka «hulktahukas».

Matemaatiline päevakaja

RAAMAT TEADUSE AJALOO SUURKUJUDEST

E. Tamme

Hiljuti ilmus kirjastuse «Valgus» väljaandena Peeter Müürsepa raamat «Kuulsaid XVII—XVIII sajandi matemaatikuid» (Tallinn, 1975, 84 lk.). Selle abil võib tundma õppida õpetlasi, kes panid aluse täppisteaduste tormilisele arengule, mille hoog pole raugenud tänapäevani.

Käsitletav periood on erakordselt huvipakkuv teaduste ajaloos. On ju 17. sajand ajajärk, millal teaduste areng Euroopas pühkis oma teelt keskaegse kiriku ja feodalismi poolt seatud tõkked. Teaduste edasist tõusujoonelist arengut näitab kas või see, et alates 17. sajandi teisest poolest, millal ilmusid esimesed teaduslikud ajakirjad, kuni tänapäevani on iga 15 aasta jooksul ligikaudu kahekordistunud teadusliku perioodika maht ning iga 10 aasta jooksul teadlaste arv.

P. Müürsepa raamat algab teaduse kahe gigandi — Isaac Newtoni ja Gottfried Wilhelm Leibnizi elu ja tegevuse tutvustamisega. Matemaatikutena suutsid need mehed teineteisest sõltumatult kokku võtta 17. sajandi matemaatika arengu põhisuuna ning selle baasil luua diferentsiaal- ja integraalarvutuse, mis kujunes põhiliseks funktsioonide uurimisel. Funktsioonid aga kirjeldavad liikumist ja mitmesuguseid protsesse looduses. Uue arvutuse loomine on Newtonil tihedalt seotud klassikalise mehaanika põhiseaduste ja gravitatsiooniseaduse formuleerimisega ning rakendamisega, Leibnizil aga programmiga luua universaalne matemaatika, mis ka filosoofias ja maailma tunnetamisel asendaks arutlused arvutustega.

Edasi on raamatus tutvustatud matemaatikuid, kes etendasid olulist osa diferentsiaal- ja integraalarvutuse arendamisel ning rakendamisel loodusteadustes. Õpime tundma vendi Jakob ja Johann Bernoulle, kes esimeste matemaatikutena asusid propageerima diferentsiaal- ja integraalarvutust, ning Quillaume de L'Hospitali, kelle sulest pärineb esimene diferentsiaalarvutuse õpik. Põhjalikumalt on käsitletud 18. sajandi viljakaimat matemaatikut Leonhard Eulerit, kelle tegevus on tihedalt seotud Peterburi Teaduste Akadeemia varasema tööperioodiga.

Raamatu lõpuleheküljed on pühendatud prantsuse 18. sajandi õpetlastele Alexis Claude Clairaut'le ning Jean Le Roud d'Alembert'ile, keda on tutvustatud ka «Matemaatika ja kaasaja» varasemates vihikutes.[1]

Vaatamata oma väikesele mahule sisaldab P. Müürsepa raamat küllaltki rikkalikult huvipakkuvaid materjale nende õpetlaste elu ja tegevuse kohta. Et vaadeldavate teadlaste elu ja tegevus on omavahel seotud, moodustab see raamat ka teatava terviku. Erilist huvi pakuvad leheküljed, millel käsitletakse Leibnizi sidemeid Venemaaga ning kohtumisi Peeter I-ga. Esimest korda näeb selles raamatus trükivalgust d'Alembert'i kiri Eulerile, mida säilitatakse TRÜ

[1] Vt. Ü. Lumiste. A. C. Clairaut — matemaatik, geodeet, astronoom. — Matemaatika ja kaasaeg, VI, 1965, lk. 76—82; M. Tõnnov. Jean Le Roud d'Alembert — entsüklopedist, matemaatik, filosoof. — Matemaatika ja kaasaeg, XV, 1968, lk. 120—126.

Teaduslikus Raamatukogus. Rohkem oleks P. Müürsepa raamatus oodanud aga käsitletavate teadlaste põhiliste saavutuste sisulist tutvustamist.

P. Müürsepa raamatu väärtust tõstavad suurel määral ka hästi valitud ja kriiditahvlitel meeldivalt kujundatud illustratsioonid.

Autor märgib eessõnas, et ta on raamatu kirjutanud eeskätt noortele lugejatele. Palju huvitavat leiavad siit aga kõik, kes tunnevad huvi teaduse ajaloo ning selle suurte esindajate vastu.

VILJANDI MATEMAATIKAÕPETAJATE PÄEVADEST

14.—15. dets. 1974. a. toimusid C. R. Jakobsoni nim. Viljandi I Keskkoolis Viljandi matemaatikaõpetajate päevad. Osavõtjaid oli 210 — peamiselt Viljandi rajooni matemaatikaõpetajad ja Viljandi I Keskkooli õpilased, kuid esindatud olid ka kõrgkoolid Tartust ja Tallinnast ning peaaegu kõikide Eesti NSV rajoonide ja linnade matemaatikaõpetajad.

Üritus oli pühendatud 100 aasta möödumisele esimese eestikeelse matemaatika õpetamise metoodika raamatu ilmumisest. 1874. a. ilmunud R. G. Kallase raamatu «Mõistlik rehkendaja» peamine mõttetera on kätketud raamatu pealkirja. Õpik on jaotatud kahte ossa: I osa on pühendatud õpetamise (peamiselt näitlikustamise) küsimustele, II osa sisaldab üksikasjaliku aritmeetika õpetamise metoodika.

Päevade avamisel tervitasid osavõtjaid Viljandi I Keskkooli direktor E. Laprik, TRÜ Matemaatikateaduskonna dekaan professor Ü. Lumiste, Viljandi rajooni TSN TK haridusosakonna inspektor O. Mikkor ja Viljandi I Keskkooli õpilaste esindaja.

Esimesel istungil olid päevakorras järgmised ettekanded.

1) Eestikeelne matemaatika õpetamise metoodika alane kirjandus 100 aastane — TRÜ dots. O. Prinits.
2) Matemaatikaõpetajate ettevalmistamise süsteemi arengust — TRÜ assist. L. Lepmann.
3) Matemaatika õpetamise probleeme kodanliku Eesti koolis — TRÜ v.-õp. A. Vassil.
4) Matemaatika õpetamisest Viljandi I Keskkoolis — Viljandi I Keskkooli õpet. E. Meidla.

Järgnesid Viljandi I Keskkooli õpilaste ettekanded.

1) Kuldlõige — 11. kl. õpilane K. Kama.
2) Murdvõrratus — 9. kl. õpilane A. Saluveer.
3) Funktsiooni pidevus — 10. kl. õpilane K. Kase.

Teine istung oli pühendatud Viljandi rajoonist pärinevate matemaatikute elule ja tegevusele. Ülevaate Viljandi rajoonist pärinevatest matemaatikutest andis dots. O. Prinits, detailsemalt rääkis prof. H. Jaaksoni elust ja tegevusest prof. G. Kangro, prof. J. Depmani tegevusest — prof. Ü. Lumiste, dots. A. Ruubelist aga EPA dots. S. Riives.

Kolmandal istungil 15. dets. käsitleti mitmeid aktuaalseid matemaatika õpetamisega seotud probleeme. Kavas olid järgmised ettekanded.

1) Aksiomaatilise meetodi käsitlemisest koolis — TRÜ v.-õp. K. Ariva.
2) Matemaatilise loogika elemendid koolis — TRÜ v.-õp. E. Mitt.
3) Prof. G. Rägo tõekspidamisi õpilaste mõtlemisvõime arendamisel — TRÜ dots. O. Prinits.
4) Matemaatika õpetamise olukorrast vabariigi koolides — ENSV Haridusministeeriumi inspektor H. Saarsoo.

Järgnesid sõnavõtud.

Istungite vaheajal oli osavõtjail võimalus tutvuda näitusega, kus Viljandi I Keskkooli matemaatikaõpetajad ja õpilased tutvustasid matemaatikaalaseid töid ja referaate.

Esimese päeva õhtul andsid kontserdi Viljandi I Keskkooli naiskoor ja Eesti NSV Õpetajate Meeskoor.

Pärast istungite lõppu viidi lilli endiste Viljandi I Keskkooli nimekamate matemaatikaõpetajate Boris Henrichsoni ja Helene Vilja kalmudele.

ENSV Haridusministeeriumi ja Vabariikliku Õpetajate Täiendusinstituudi poolt anti välja Viljandi matemaatikaõpetajate päevade lühiettekannete kogumik «Koolimatemaatika II».

TELEKOOLI MATEMAATIKATUNNID

Alates 1974. õppeaastast on telekooli matemaatikatundide sisustamine usaldatud TRÜ matemaatikateaduskonna õppejõudude kätte. Saadete planeerimine on matemaatika õpetamise metoodika kateedri ülesandeks. Kahe õppeaasta jooksul on telekoolis antud 33 matemaatikatundi. Järgnev tabel annab ülevaate nende saadete temaatikast.

Kuupäev	Teema	Koostaja
	1973/74. õppeaasta	
14. sept. 1973. a.	Mis on matemaatika ja milles on tema väärtus I	O. Prinits
28. sept. 1973. a.	„ II	M. Kilp.
12. okt. 1973. a.	Matemaatikaga minevikust tänapäeva	Ü. Lumiste
26. okt. 1973. a.	Praegused ja esimesed matemaatikaõpikud (Rehkendamise tund pole mitte naljaheitmise tund)	O. Prinits
23. nov. 1973. a.	Matemaatikaolümpiaadid	O. Prinits
7. dets. 1973. a.	Mis on hulk?	O. Prinits
21. dets. 1973. a.	Mis on rühm?	M. Kilp
18. jaan. 1974. a.	Arvude jaguvus	A. Vassil
1. veebr. 1974. a.	Sümmeetria	Ü. Lumiste
15. veebr. 1974. a.	Ruutjuur	K. Velsker
1. märts 1974. a.	Absoluutväärtusi sisaldavad funktsioonid ja nende graafikud	E. Mitt
11. aprill 1974. a.	Absoluutväärtusi sisaldavad võrrandid	E. Mitt
25. aprill 1974. a.	Pythagorase teoreem	K. Velsker
12. mai 1974. a.	Fermat' teoreem	K. Velsker
26. mai 1974. a.	Läheme vastu eksamitele	O. Prinits
	1974/75. õppeaasta	
5. sept. 1974. a.	Matemaatika-alastest üritustest (Kus ja kuidas täiendada oma matemaatika-alaseid teadmisi ja oskusi)	O. Prinits
19. sept. 1974. a.	Uuendusi koolimatemaatikas (Mida Juhan ei õppinud, seda Juku teab)	O. Prinits
3. okt. 1974. a.	Matemaatilisest loogikast I (Lausearvutus)	E. Mitt

17. okt. 1974. a.	Matemaatilisest loogikast II (Predikaatarvutus)	E. Mitt
31. okt. 1974. a.	Lineaarsest planeerimisest I (**Graafiline lineaarplaneerimine**)	J. Reimand
14. nov. 1974. a.	Lineaarsest planeerimisest II (Analüüsime lineaarplaneerimist)	J. Reimand
28. nov. 1974. a.	Arvutuslauast raalini I (Arvusüsteemide ja arvutusvõtete kujunemisest)	Ü. Lumiste
12. dets. 1974. a.	Arvutuslauast raalini II (Arvutusvahenditest)	K. Velsker
26. dets. 1974. a.	Arvutuslauast raalini III («Mõistlik rehkendaja» 100-aastane)	O. Prinits
16. jaan. 1975. a.	Arvutuslauast raalini IV (TRÜ arvutuskesksus)	K. Soonets
30. jaan. 1975. a.	Matemaatilised mängud	O. Prinits
13. veebr. 1975. a.	Tähtsamad jooned ja punktid kolmnurgas	K. Velsker
27. veebr. 1975. a.	Arvuhulgad I (Reaalarvud)	H. Türnpu
13. märts 1975. a.	Arvuhulgad II (Kompleksarvud)	E. Jürimäe
10. aprill 1975. a.	Ajaloo lehekülgedelt I (Paralleelsirgete probleem)	K. Ariva
24. aprill 1975. a.	Ajaloo lehekülgedelt II (Lobatševski geomeetria loomisest)	K. Ariva
15. mai 1975. a.	Kokkuvõte klassivälistest matemaatikaüritustest	A. Vassil
22. mai 1975. a.	Matemaatilistest võimetest	O. Prinits

Peale saate koostajate on telekooli matemaatikatunde aidanud sisustada TRÜ matemaatika õpetamise metoodika kateedri õppejõud L. Lepmann ja J. Afanasjev, TRÜ arvutuskeskuse töötajad J. Tapfer ja K. Ääremaa, Mittestatsionaarse matemaatika-füüsikakooli direktor L. Selliov, Tartu koolide matemaatikaõpetajad H. Kull ja T. Lepmann, TRÜ üliõpilased K. Poolakene, V. Altleis ja A. Kanarik ning Tartu keskkoolide õpilased R. Tael, A. Pedak, H. Muuga ja E. Kond.

Saadete toimetajaks on R. Joamets.

Kroonika

UUSI TEADUSTE KANDIDAATE

16. mail 1974. a. kaitses oma väitekirja «Infohõive ja -töötluse meetodipõimik kõrgema tehnikakooli õppeja kasvatustöö mõnede juhtimisülesannete lahendamiseks» Tallinna Polütehnilise Instituudi matemaatika kateedri vanemõpetaja **Ahto Lõhmus.** Tööd juhendas füüsika-matemaatikakandidaat dotsent Leo Võhandu, oponeerisid ENSV TA korrespondentliige tehnikadoktor B. Tamm, füüsika-matemaatikadoktor professor Ü. Lepik ja tehnikakandidaat dotsent P. Saveljev Riiast.

Väitekirjas antakse õppetöö tulemuste prognoosimise metoodika üliõpilase algettevalmistust iseloomustavate spetsiifiliste muutujate alusel. Kontrastide meetodiga saadakse õpperühmade õppeedukuse prognoosikaardid, millede ühendamine õpperühma sotsiaalse struktuuri mudeliga annab õpperühma kui juhtimisobjekti mudeli. Mudeli prognoosiv väärtus on 82—92% veaga ±6%.

Väitekirja tulemusi rakendatakse praktiliselt TPI-s ja TPedI-s.

Eesti NSV TA Füüsika-Matemaatika- ja Tehnikateaduste osakonna nõukogu omistas A. Lõhmusele tehnikakandidaadi kraadi.

Ahto Lõhmus on sündinud Valgas 16. septembril 1935. a. Ta lõpetas 1953. a. Valga 1. Keskkooli ja 1958. a. TRÜ matemaatikaosakonna matemaatiku, keskkooli matemaatikaõpetaja kutsega. Aastail 1958—1962 töötas A. Lõhmus Pärnu 4. Keskkooli õpetajana ja alates 1962. aastast TPI matemaatika kateedris, algul assistendina ja alates 1965. aastast vanemõpetajana. Väitekiri valmis TPI arvutusmatemaatika (nüüd informatsioonitöötlemise) kateedri juures aspirantuuris oleku ajal aastail 1970—1973.

15. novembril 1974. a. kaitses oma väitekirja «Diferentsskeemide koonduvusest harilike teist järku diferentsiaalvõrrandite ja omaväärtusülesannete lahendamiseks» TPI informatsioonitöötlemise kateedri vanemõpetaja **Heiki Jokk**. Tööd juhendas prof. G. Vainikko, oponeerisid prof. G. Kangro ja füüsika-matemaatikakandidaat V. Prikaštšikov (Kiiev).

TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu omistas H. Jokile füüsika-matemaatikakandidaadi kraadi.

Väitekirjas uuritakse tuntud homogeensete kolmepunktiliste diferentsmeetodite koonduvust ja koonduvuse kiirust harilike teist järku diferentsiaalvõrrandite rajaülesannete (sealhulgas ka Sturm-Liouville'i ülesande) lahendite, omaväärtuste ja omafunktsioonide leidmisel. Vastavat probleemi on mitmesugustel juhtudel vaadelnud paljud nõukogude ja välismaa matemaatikud.

Kompaktse lähendamise meetodi rakendamine on aga võimaldanud diferentsskeemide täpsusjärgu uurimisel loobuda vaadeldava ülesande enesekaasuse ja positiivse määratluse nõudest.

Heiki Jokk on sündinud 5. mail 1942. a. Viljandi rajoonis Kärstnas. Ta lõpetas 1961. a. Tõrva Keskkooli ja asus samal aastal TRÜ matemaatikaosakonda. Aastail 1962—65 teenis H. Jokk Nõukogude armees. Pärast ajateenistust jätkas ta õpinguid Tartu Riiklikus Ülikoolis, mille lõpetas 1969. a. Ülikooli lõpetamisest saadik on H. Jokk töötanud Tallinna Polütehnilises Instituudis. Samas õppis ta aspirantuuris aastatel 1970—1973.

20. detsembril 1974. a. kaitses TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu ees oma väitekirja «Koolimatemaatika kursuse omandatuse uurimine (ENSV üldhariduslike koolide VII ja VIII klasside materjalide põhjal)» TRÜ matemaatika õpetamise metoodika kateedri vanemõpetaja **Jüri Afanasjev.**

Väitekirjas on välja töötatud kooli-

matemaatika kursuse omandatuse uurimismetoodika. Kursuse põhiteemade omandatuse tase määratakse ainetestide abil, mille tulemused on töödeldud ühe- ja mitmemõõtmelise matemaatilise statistika erinevate meetoditega. Esitatud metoodika alusel on üksikasjalikumalt uuritud VII ja VIII klassi matemaatikakursuse omandatust. Tööd juhendas dots. O. Prinits. Oponeerisid akadeemik A. Humal ja professor Ü. Lepik.

Jüri Afanasjevile omistati pedagoogikakandidaadi kraad.

Dissertant sündis 8. märtsil 1946. a. Tallinnas. Pärast Kohila Keskkooli lõpetamist 1964. a. töötas ta matemaatika- ja füüsikaõpetajana Härgla 8-kl. Koolis (1964/65. õ.-a.) ja Kohila Keskkoolis (1965/66. õ.-a.). Aastatel 1965—1970 õppis J. Afanasjev TRÜ Matemaatikateaduskonna pedagoogilises osakonnas. Pärast ülikooli lõpetamist oli ta aastail 1970—1973 aspirantuuris TRÜ matemaatika õpetamise metoodika kateedri juures. Alates 1973. a. töötab ta sama kateedri õppejõuna, algul assistendina, 1. oktoobrist 1974. a. vanemõpetajana. Ühtlasi on J. Afanasjev 1970. a. alates pidevalt töötanud kohakaaslusel matemaatikaõpetajana Tartu X Keskkoolis.

20. detsembril 1974. a. kaitses oma väitekirja «Kolmekihiliste jäik-plastsete telgsümmeetriliste konstruktsioonide optimaalsest projekteerimisest» Tallinna Polütehnilise Instituudi õppejõud **Eda Pungar**. Tööd juhendas füüsika-matemaatikadoktor prof. Ü. Lepik, oponeerisid prof. G. S. Šapiro ja dots. E. Jõgi.

Tartu Riikliku Ülikooli Matemaatikateaduskonna nõukogu omistas E. Pungarile füüsika-matemaatikakandidaadi teadusliku kraadi.

Väitekirjas käsitletakse kolmekihiliste jäik-plastsete telgsümmeetriliste konstruktsioonide optimaalset projekteerimist optimaalse juhtimise teooria ülesandena. On saadud valemid rõngasplaadi, silindri ja lameda kooriku optimaalsete paksuste määramiseks.

E. Pungar on sündinud 1942. a. Ta lõpetas Tartu 1. Töölisnoorte Keskkooli 1960. a. ja Tartu Riikliku Ülikooli matemaatikaosakonna mehaanika erialal 1966. a.

Aastatel 1967—1969 töötas E. Pungar TPI arvutusmatemaatika kateedris assistendina. Sihtaspirantuuris viibis ta TRÜ teoreetilise mehaanik kateedri juures 1969—1972. a.

26. detsembril 1974. a. kaitses oma väitekirja «Konstruktiivselt mittehomogeensete mitmekihiliste sfääriliste anumate, silindriliste torude ning ümmarguste ketaste uurimine» NSVL TA Siberi osakonna Hüdrodünaamika Instituudi nooremteadur **Mati Heinloo**. Tööd juhendas füüsika-matemaa-

tikadoktor J. Nemirovski, oponeerisid prof. L. Kuršin ja füüsika-matemaatikakandidaat V. Nikiforovski.

NSVL TA Siberi osakonna füüsika-matemaatika- ja tehnikateaduste ühendatud nõukogu omistas M. Heinloole füüsika-matemaatikakandidaadi teadusliku kraadi.

Väitekirjas on uuritud elastseid ja viskoosseid mitmekihilisi konstruktsioone geomeetriliselt ja füüsikaliselt mittelineaarses seades. On leitud kriteeriumid mitmekihiliste konstruktsioonide optimiseerimiseks.

M. Heinloo on sündinud 1943. a. Ta lõpetas 1962. a. Tallinna 2. Keskkooli ja 1970. a. Tartu Riikliku Ülikooli Matemaatikateaduskonna mehaanika erialal. Samal aastal astus ta aspirantuuri Novosibirskis asuva Hüdrodünaamika Instituudi juurde.

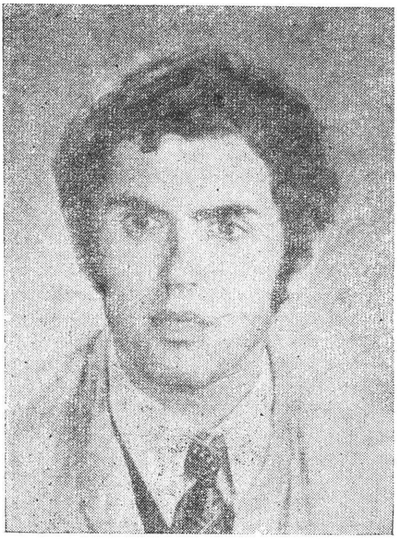
20. veebruaril 1975. a. kaitses Novosibirskis NSVL TA Siberi osakonna Matemaatikainstituudi nõukogu ees kandidaadiväitekirja «(—1, 1)-ringid» TRÜ Arvutuskeskuse nooremteadur **Raul Roomeldi.** Tööd juhendasid füüsika-matemaatikadoktorid professorid K. Zevlakov ja A. Sirsov, oponeerisid füüsika-matemaatikadoktor J. Rjabuhhin Kišinjovist ja füüsika-matemaatikakandidaat G. Dorofejev Moskvast. R. Roomeldile omistati füüsika-matemaatikakandidaadi kraad.

Väitekirjas vaadeldakse üht mitteassotsiatiivsete ringide, nn. (—1,1)-ringide klassi. Sellele klassile üldistatakse rida klassikalisi teoreeme assotsiatiivsete ringide teooriast. Uuritakse ka vabade (—1,1)-ringide struktuuri.

R. Roomeldi sündis 28. juunil 1949. a. Raplas. Lõpetas 1966. a. hõbemedaliga Tapa 1. Keskkooli, kus ta matemaatikaõpetajaks oli G. Tiidumaa. Aastail 1966—1971 õppis ta TRÜ Matemaatikateaduskonnas, kus spetsialiseerus algebrale dotsent J. Hioni juhendamisel. Järgnes aspirantuur aastail 1971—1974 Novosibirski Matemaatikainstituudis, kus nimetatud väitekiri valmis. Aspirantuuri lõpetamisel suunati R. Roomeldi tööle TRÜ Arvutuskeskusesse.

25 veebruaril 1975. a. kaitses TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu ees oma väitekirja «Mõningate reduktiivsete homogeensete ruumide klasside uurimine» ENSV Rahandusministeeriumi Informatsiooni- ja Arvutuskeskuse vaneminsener **Aleksander Fljaišer.** Tööd juhendas professor Ülo Lumiste, oponeerisid professor A. Fedenko Minskist ja füüsika-matemaatikakandidaat K. Riives.

Väitekirjas uuritakse reduktiivsete homogeensete ruumide teooria mitmesuguseid küsimusi. Erilist tähelepanu pööratakse autori poolt sissetoodud Killingi paaride (g, h) uurimisele, mis üldistavad (poollihtsa algebra g kor-



ral) selliseid tuntud mõisteid nagu sümmeetriline paar ja φ-paar. Üldisi tulemusi illustreeritakse orbiitide homogeensete ruumide näite kaudu projektiivses ruumis P_3. A. Fljaišerile omistati füüsika-matemaatikakandidaadi kraad.

Dissertant on sündinud Ostaniko külas Pudino rajoonis Tomski oblastis. Ta lõpetas 1966. a. Tšernovtsõ 5. keskkooli ja 1971. a. Tartu Riikliku Ülikooli Matemaatikateaduskonna. Pärast seda astus ta aspirantuuri TRÜ algebra ja geomeetria kateedri juures, mille lõpetamise järel asus tööle ENSV Rahandusministeeriumi Informatsiooni- ja Arvutuskeskusesse.

25. märtsil 1975. a. kaitses oma väitekirja «Peaaegu koonduvate jadade maatriksteisendused» EPA matemaatika kateedri vaneminsener **Virge Soomer**. Tööd juhendas füüsika-matemaatikadoktor professor G. Kangro, oponeerisid professor G. Vainikko ja dotsent F. Vichmann.

Väitekirjas on uuritud peaaegu summeeruvusväljade nii üldisi kui ka mõningaid spetsiifilisi omadusi. Samuti on vaadeldud peaaegu summeeruvust Banachi ruumides. Saadud tulemusi on rakendatud multiplikaatorite uurimisel.

TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu omistas V. Soomerile füüsika-matemaatikakandidaadi kraadi.

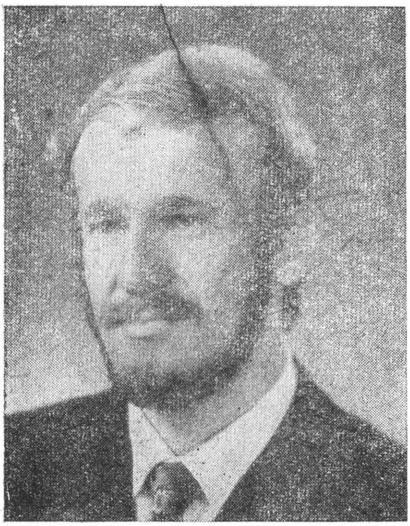
Virge Soomer on sündinud 1. augustil 1945. a. Vändras. 1963. a. lõpetas ta Keila Keskkooli. Tema matemaatikaõpetajad keskkoolis olid A. Telgmaa ja A. Raud. Samal, 1963. a. astus V. Soomer Tartu Riiklikku Ülikooli matemaatikaosakonda, mille lõpetas 1968. a. Pärast ülikooli lõpetamist suunati tööle TRÜ matemaatilise analüüsi kateedrisse assistendiks. Ajavahemikul 1971—1974 oli aspirantuuris TRÜ matemaatilise analüüsi kateedri juures.

6. juunil 1975. a. kaitses oma kandidaadiväitekirja «Ühe- ja mitme muutuja funktsioonide lähendusjärgust» TPI matemaatika kateedri assistent **Andi Kivinukk**. Tööd juhendas füüsika-matemaatikadoktor professor G. Kangro, oponeerisid professor A. F. Timan Dnepropetrovskist ja dots. k. t. J. Lamp TPI-st.

Väitekirjas on välja töötatud üldine meetod ühe ja mitme muutuja funktsioonide lähendusjärgu leidmiseks juhul, kui lähendavateks operaatoriteks on projekteerivate operaatorite jada või kordse Fourier' rea summeerimismeetod.

TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu omistas A. Kivinukale füüsika-matemaatikakandidaadi kraadi.

A. Kivinukk on sündinud 29. mail 1948. a. Haapsalu rajoonis. 1966. a. lõpetas ta Keila Keskkooli, kus täppis-



teaduslike harrastuste suunajaks oli õp. A. Savik. TRÜ Matemaatikateaduskonna lõpetas A. Kivinukk 1971. a. Ülikoolis algas töö prof. G. Kangro juhendamisel kursuse- ja diplomitöö näol, mis jätkus aspirantuuris TRÜ matemaatilise analüüsi kateedri juures aastatel 1971—1974.

28. oktoobril 1975. a. kaitses oma väitekirja «Afiinse-sümplektilise ruumi sümplektiliste tasandite muutkonnad ja nende seosestused» TRÜ algebra ja geomeetria kateedri vanemõpetaja **Aivo Parring.** Tööd juhendas prof. Ü. Lumiste, oponeerisid füüsika-matemaatikadoktor N. M. Ostianu (Moskva) ja füüsika-matemaatikakandidaat J. Lõhmus (Tartu).

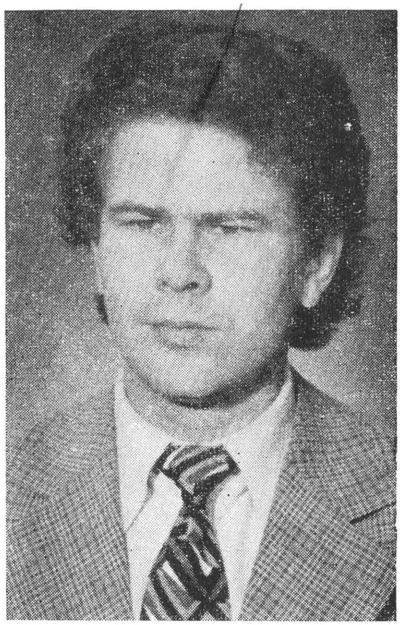
TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu omistas A. Parringule füüsika-matemaatikakandidaadi kraadi.

Väitekirjas antakse $2n$-mõõtmelise ruumi sümplektiliste $2m$-tasandite a-mõõtmeliste muutkondade üldise teooria alused. Juhul kui a-mõõtmeline muutkond osutub kongruentseks, uuritakse tema fokaalpinna ehitust. Detailselt uuritakse neljamõõtmelise afiinse-sümplektilise ruumi sümplektiliste 2-tasandite kongruentse. Antakse nende klassifikatsioonid kõveruste, fokaalkõverate ja holonoomiarühmade järgi ning uuritakse nende klassifikatsioonide vahekorda. Tsentraalsete fokaalkõveratega kongruentsid klassifitseeritakse omakorda normaalkõveruse indikatrissi järgi.

Aivo Parring sündis 8. septembril 1940. a. Põlva rajoonis. Ta lõpetas 1959. a. Räpina Keskkooli ja 1964. a. TRÜ matemaatikaosakonna ning asus tööle ENSV TA Küberneetika Instituudi insenerina. Aastail 1965—1969 oli algebra ja geomeetria kateedri aspirant diferentsiaalgeomeetria erialal. Pärast seda töötas samas kateedris assistendina (1969—1970). Alates 1970. a. töötab vanemõpetajana.

28. oktoobril 1975. a. kaitses oma väitekirja «Ruumi $^1R_4$ isotroopsete sirgete homogeenne ruum ja selle alammuutkonnad» TPI matemaatika kateedri vanemõpetaja **Rein Kolde.** Tööd juhendas prof. Ü. Lumiste, oponeerisid prof. A .Širokov Kaasanist ning füüs-mat. kand. V. Unt Tartust. TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu omistas R. Koldele füüsika-matemaatikakandidaadi teadusliku kraadi.

R. Kolde uuris oma töös neljamõõtmelise pseudoeukleidilise ruumi $^1R_4$ joonpindu, joonhüperpindu ja kongruentse, mille moodustajateks on isotroopsed sirged. Väitekirjas antakse nende muutkondade täielikud fokaalsed klassifikatsioonid, uuritakse iga klassi muutkondade geomeetriat ning seotakse igaühega neist kanooniline



poolisotroopne reeper. Töö lõpuosas viidatakse võimalikele rakendustele relatiivsusteoorias.

Rein Kolde sündis 22. augustil 1938. a. Rakvere rajoonis Sauevälja külas, õppis Tamsalu 7-a. Koolis ja Rakvere Pedagoogilises Koolis. Viimase lõpetamise järel töötas ta 3 aastat Porkuni 7-a. koolis algklasside õpetajana. R. Kolde astus TRÜ matemaatikaosakonda 1959. aastal ja lõpetas selle 1964. aastal. Pärast ülikooli lõpetamist on R. Kolde töötanud TPI matemaatikakateedris, algul assistendina ja alates 1971. aastast vanemõpetajana. Aastatel 1967—1970 oli R. Kolde TRÜ algebra ja geomeetria kateedri aspirant.

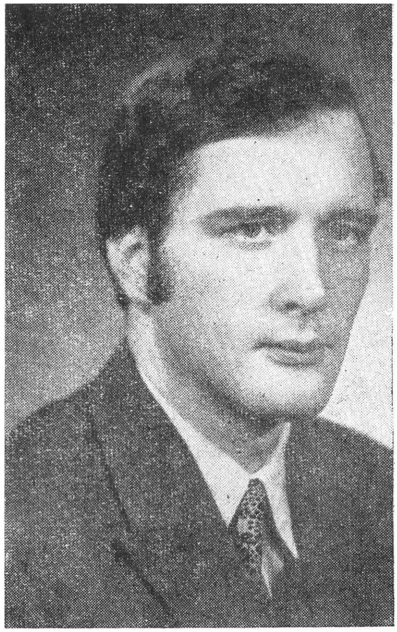
26. novembril 1975. a. kaitses TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu ees väitekirja «Galjorkini meetodi koonduvus ja stabiilsus paraboolset tüüpi võrrandite jaoks» TRÜ arvutusmatemaatika kateedri assistent **Peeter Oja.** Tööd juhendas prof. G. Vainikko, oponeerisid prof. M. Krasnoselski ja prof. G. Kangro. P. Ojale omistati füüsika-matemaatikakandidaadi teaduslik kraad.

Väitekirjas tõestatakse Galjorkini meetodi koonduvus Hilberti ruumides paraboolset tüüpi võrrandite jaoks eeldustel, mille korral J.-L. Lionsi poolt on tõestatud lahendi olemasolu ja ühesus. Koonduvust iseloomustatakse kahepoolsete veahinnangutega. Leitakse ka tarvilikud ja piisavad tingimused Galjorkini meetodi stabiilsuseks paraboolset tüüpi võrrandite korral.

Peeter Oja sündis Tartus 16. aprillil 1949. a. Ta lõpetas 1967. a. Nõo Keskkooli ja 1972. a. TRÜ Matemaatikateaduskonna. Aastatel 1972—1975 oli P. Oja aspirantuuris TRÜ arvutusmatemaatika kateedri juures.

27. novembril 1975. a. kaitses TRÜ Matemaatikateaduskonna nõukogu ees väitekirja «Tingimatud Schauderi lahutused lokaalselt kumerates ruumides» TRÜ matemaatilise analüüsi kateedri assistent **Eve Oja.** Tööd juhendas prof. G. Kangro, oponeerisid prof. M. Kadets ja ja prof. G. Vainikko. Eve Ojale omistati füüsika-matemaatikakandidaadi teaduslik kraad.

Väitekirjas töötatakse välja meetod lokaalselt kumera ruumi tingimatute Schauderi lahutuste uurimiseks ning üldistatakse rida Banachi ruumi tingimatu baasi kohta käivaid tulemusi



lokaalselt kumera ruumi tingimatutele Schauderi lahutustele.

Eve Oja sündis Tallinnas 10. oktoobril 1948. a. Ta lõpetas 1967. a. Tallinna I Keskkooli ja 1972. a. TRÜ Matemaatikateaduskonna. Aastatel 1972—1975 oli E. Oja aspirantuuris TRÜ matemaatilise analüüsi kateedri juures.

11. detsembril 1975 kaitses ENSV TA Füüsika-Matemaatika ja Tehnikateaduste nõukogus oma väitekirja ENSV TA Küberneetika Instituudi juures asuva Programmeerimisbüroo grupijuht **Ants Roose.**

Väitekirjas oli käsitletud parameetrist sõltuvate mittelineaarsete võrrandsüsteemide ligikaudset lahendamist. Niisugune probleem kerkib esile näiteks juhtimis- ja modelleerimisülesannete lahendamisel. Dissertant konstrueeris nn. parameetri varieerimise printsiibi abil algoritmid võrrandsüsteemide numbriliseks lahendamiseks ja tõestas teoreemid nende algoritmide koonduvusomaduste kohta. Töös oli vaatluse all ka üks modelleerimisprobleemide klass — tehnoloogiliste protsesside statsionaarsete töörežiimide leidmine, mis sisuliselt on samuti mittelineaarsete võrrandsüsteemide lahendamise ülesanne, kus võrrandsüsteemiks on tehnoloogilise protsessi mudel. Uurimisel olid statsionaarsete töörežiimide leidmiseks ette nähtud nn. kahenivoolise iteratsiooniprotsessi koonduvusomadused, kusjuures vastava teoreemi konstruktiivsel tõestamisel kasutati parameetri varieerimise printsiipi. Väitekirja tulemusi on rakendatud karbamiidi tootmise tsehhi statsionaarsete töörežiimide arvutamisel.

Tööd juhendas I. Petersen, oponeerisid akad. B. Tamm ja dots. E. Tamme. Nõukogu andis A. Roosele füüsika-matemaatikakandidaadi teadusliku kraadi tehnilise küberneetika ja informatsiooniteooria erialal.

A. Roose sündis 17. augustil 1946. a. Tallinnas. 1964. a. lõpetas Tallinna II Keskkooli, jätkas õpinguid Tallinna Polütehnilises Instituudis, mille lõpetas 1969. a. elektriinseneri kvalifikatsiooniga automaatika ja telemehaanika erialal. TPI-s tegi läbi matemaatika-alase erikursuse. Paralleelselt statsionaarse õppetööga TPI-s asus 1966. a. insenerina tööle Küberneetika Instituuti. 1969. a. viidi A. Roose üle Küberneetika Instituudi juurde moodustatud Programmeerimisbüroosse, kus ta töötas insener-matemaatik-programmisti ametikohal. Aastatel 1972—1974 oli Küberneetika Instituudi aspirant. Alates 1975. a. töötab Küberneetika Instituudi juures asuvas Programmeerimisbüroos grupijuhina. A. Roose on referaatajakirja «Zentralblatt für Mathematik» referent.

23. detsembril 1975. a. kaitses oma väitekirja «Kvadratuurvalemite teooria mõningad ekstremaalsed ülesanded» Tervishoiu Ministeeriumi Arvutuskeskuse vaneminsener **Juri Giršovitš**. Tööd juhendas prof. k. t. M. Levin, oponeerisid füüsika-matemaatikadoktor S. Ulm ja füüsika-matemaatikakandidaat V. Polovinkin.

Väitekirjas käsitleb J. Giršovitš rea funktsioonide hulkade jaoks S. M. Nikolski mõttes parimate kvadratuurvalemite konstrueerimist. On püstitatud seos kvadratuurvalemite teooria ekstremaalsete ülesannete lahendite ja vastavate ekstremaalsete spline'ide vahel. Leitud on rida parimaid kvadratuurvalemeid funktsioonide hulkadel, nende seas tuletisteta valemeid.

ENSV TA füüsika-matemaatika- ja tehnikateaduste osakonna nõukogu otsustas J. Giršovitšile omistada füüsika-matemaatikakandidaadi kraadi.

Juri Giršovitš on sündinud Leningradis 13. juulil 1950. a. Ta lõpetas 1967. aastal Leningradi 157. keskkooli. Leningradi Riikliku Ülikooli matemaatikateaduskonna lõpetas J. Giršovitš 1972. a.

23. detsembril 1975. a. kaitses oma väitekirja «Parimad kvadratuurvalemid mõnedel funktsioonide hulkadel» Tallinna Polütehnilise Instituudi matemaatika kateedri assistent **Voldemar Arro**.

Tööd juhendas sama kateedri professori k. t. M. Levin, oponeerisid füüsika-matemaatikadoktor S. Ulm (Tallinn) ja dots. N. Kozlovski (Minsk).

ENSV TA füüsika-matemaatika- ja tehnikateaduste osakonna nõukogu omistas V. Arrole füüsika-matemaatikakandidaadi kraadi.

Väitekirjas on tuletatud mõnedel funktsioonide hulkadel rida parimaid kvadratuurvalemeid kaalufunktsiooni x^{α} sisaldavate integraalide arvutamiseks ning on leitud üks parim kvadratuurvalem, mis ei sisalda integreeritava funktsiooni tuletiste väärtusi integreerimisvahemikku kuuluvates sõlmpunktides.

Voldemar Arro sündis 12. oktoobril 1936 Leningradi oblastis Kingissepa rajooni Muraveino külas. Lõpetanud 1956. aastal Tallinna 30. Keskkooli hõbemedaliga, asus V. Arro õppima Tallinna Polütehnilisse Instituuti, mille lõpetas kiitusega 1962. a. Asus tööle asutusse 1083/13 konstruktorina ja seejärel õppis aspirantuuris TPI matemaatika kateedri juures (1962—1965). Alates 1965. aastast töötab V. Arro sama kateedri assistendina. Õppeaastail 1966—67 V. Arro stažeeris Hamburgi Ülikooli Rakendusmatemaatika Instituudis.

UUED LENNUD MATEMAATIKUID TARTU RIIKLIKUST ÜLIKOOLIST

«Matemaatika ja kaasaja» XIX numbri vastavast rubriigist on välja jäänud riigieksamitega lõpetanute nimed.

1971. a. juunis lõpetasid **matemaatika** erialal riigieksamitega:

1. Abo, Nelli
2. Juust, Aime
3. Kovalenko, Galina
4. Küüts, Tiiu
5. Laas, Juhan
6. Martinson, Valentina
7. Nukk, Mare
8. Puks, Merike
9. Pürn, Ene
10. Roo, Vello
11. Zirk, Asta
12. Talkop, Ene
13. Teesalu, Mait

Pedagoogilise osakonna lõpetasid riigieksamitega:

14. Holtsman, Asta
15. Jakobson, Pille
16. Kunder, Anne
17. Lahesoo, Laine
18. Paal, Saima
19. Randmäe, Mare
20. Roosi, Elle
21. Toobal, Tiia

1972. a. lõpetasid **matemaatika** erialal riigieksamitega:

1. Hoch, Artur
2. Ibrus, Märt
3. Kaližski, Jaan
4. Kallas, Rein
5. Klimuševa, Natalia
6. Männik, Matti
7. Rast, Mare
8. Simm, Tiina
9. Sikk, Helja
10. Štšeduhhina, Galina
11. Zeltser, Valeria
12. Tammeorg, Paul
13. Tiirmaa, Mare
14. Tšebotarjov, Sergei
15. Vanaveski, Kalle

Pedagoogilise osakonna lõpetasid riigieksamitega:

16. Eimre, Rein
17. Harak, Mare
18. Jomp, Leili
19. Kull, Liivi
20. Leetmaa, Tiiu
21. Randus, Katrin
22. Saluveer, Olev
23. Samm, Toomas
24. Tamm, Andi
25. Tamm, Viive

1974. a. juunis lõpetas TRÜ Matemaatikateaduskonna järjekordne lend. Rakendusmatemaatika erialal kaitsti järgmised diplomitööd:

1. Arsentjeva, Valentina. Программирование метода локальных вариаций для решения задач оптимального уравнения на алгоритмическом языке МАЛГОЛ. (Juhendaja dots. kt. I. Vainikko.)

2. Hirvesaar, Anne. Automatiseeritud normatiivide süsteemi projekteerimine naha-jalatsitööstusele. (Juhendaja A.-A. Jägel.)

3. Karpenko, Rotmir. Составление плана выпуска изделий цеха домостроительного комбината в зависимости от плана монтажа и мощности технологической линии. (Juhendaja L. Laaneväli.)

4. Kezonen, Ljudmila. Разработка математического обеспечения ЭВМ обработки экспериментальных данных. (Juhendaja L. Rebane.)

5. Korzunski, Viktor. Применение метода моментов для задач оптимального управления. (Juhendaja asp. J. Kirs.)

6. Kuuse, Lembitu. Deduktiivsed süsteemid lõpmatute valemite jaoks mitteklassikalises loogikas. (Juhendaja dots. A. Tauts.)

7. Lehes, Malle. Ruutplaneerimise ülesande lahendamine plaanide konformeerimise meetodil. (Juhendaja Ü. Ennuste.)

8. Lellep, Helle. Vahelsusruumi ehitusest ning automorfismide rüh-

mast vahelsustasandil ja selle mudeleis. (Juhendaja prof. Ü. Lumiste.)

9. M i i d l a, Peep. Hulgateooria ülesehitus kategooriate baasil. (Juhendaja dots. A. Tauts.)

10. N e u n õ l o v a, Tatjana. Решение задач оптимального управления методом последовательных приближений. (Juhendaja dots. kt. K. Soonets.)

11. P e l t, Eda-Merike. Probleemide analüüsi formaliseeritud keel grupiviisiliste otsuste vastuvõtmiseks. (Juhendaja dots. I. Kull.)

12. P e l t, Jaan. Muutlike tähtede perioodide arvutamise meetoditest. (Juhendaja dots. E. Tiit.)

13. R a u d s a a r, Enno. Diferentsmeetodi koonduvusest. (Juhendaja van.-õp. O. Karma.)

14. R e m m e l, Eevi. Simpleksmeetodi kasutamise ja rakendamise operatsioonisüsteem arvutile «Minsk-32». (Juhendaja E. Vakkur.)

15. R o s s, Kaarel. Kiirgusülekandevõrrandi lahendamisest taimkattes. (Juhendaja v. t. t. T. Nilson.)

16. S a u k a s, Margarita. SWEEP-operaator ja selle kasutamine regressioonianalüüsis. (Juhendaja van.-õp. A. Parring.)

17. S i p e l g a s, Jaan. Diskreetse informatsiooni töötlemise süsteemi graafiline väljund. (Juhendaja T. Aus.)

18. T a l p s e p p, Lembit. Jadaruumide lineaarteisenduste järjestusega seotud omadusi. (Juhendaja prof. G. Kangro.)

19. T e n n u s a a r, Arnold. Loomulike keelte analüüs. (Juhendaja M. Räbovõitra.)

20. T i i s m a, Aino. Juhttunnuste esitamisest aruannete generaatoris. (Juhendaja ass. A. Villems.)

21. T r a a t, Imbi. Faktoranalüüsi süsteemne käsitlus. (Juhendaja dots. E. Tiit.)

22. V a n a t o a, Veiko. Hiibsete jugade arvutus. (Juhendajad M. Laats ja F. Frišman.)

23. V i l i s m ä e, Jüri. Wiener-Hopfi võrrandi lahendamisest kvadratuurvalemite meetodiga. (Juhendaja prof. G. Vainikko.)

24. H e e r i n g s o n, Edgar. Mõningaid A-väärtusega funktsioonialgebrate omadusi. (Juhendaja van.-õp. M. Abel.)

Matemaatika pedagoogilises osakonnas kaitsti järgmised diplomitööd:

1. A l l i k v e e, Elle. TRÜ töötajate elamisfondi üldiseloomustus. (Juhendaja dots. kt. J. Reimand.)

2. A m m a s, Mare. Diferentsiaalvõrrandid ja harmooniline võnkumine koolimatemaatikas. (Juhendaja van.-õp. K. Velsker.)

3. E e r m a a, Helle. Hulgateooria elemendid I—V klassis. (Juhendaja van.-õp. K. Ariva.)

4. I l v e s. Maarika. Matemaatilise statistika elemendid koolimatemaatikas. (Juhendaja dots. O. Prinits.)

5. J u p i t s, Helle. Prof. G. Rägo matemaatika tööraamatud. (Juhendaja dots O. Prinits.)

6. K o t t a, Elve. TRÜ töötajate korteriolude muutmistendentsid ja elamistingimuste parandamise vajadused. (Juhendaja dots. kt. J. Reimand.)

7. M i k k e r, Urve. Diapositiivide ja -filmide kasutamisest matemaatika õpetamisel. (Juhendaja van.-õp. K. Velsker.)

8. T a m m e s, Elve. Tõenäosusteooria elementide käsitlemine koolimatemaatikas. (Juhendaja dots. O. Prinits.)

9. T i t o v, Anne. Hulgateooria elemendid VI—VIII klassis. (Juhendaja van.-õp. K. Ariva.)

1975. a. juunis lõpetas TRÜ Matemaatikateaduskonna järjekordne lend. Matemaatika erialal kaitsti järgmised diplomitööd:

1. Aleksa, Mare. VAHEKEELE koostamine STAMP-keele translaatoris. (Juhendaja K. Jurkatamm)

2. Nigul. Agu. Oraakliga masinad. (Juhendaja dots. A. Tauts)

3. Normak, Peeter. Noetheri polügoonidest ja lõplikult seotud polügoonidest. (Juhendaja dots. M. Kilp)

4. Pihkva, Olavi. Mõningatest määraja koostamise algoritmidest. (Juhendaja v. õp. T. Möls)

5. Riispere, Rein. Об эквивалентности методов Чезаро для двойных ортогональных рядов. (Juhendaja dots. S. Baron)

6. Samarüütel, Ülo. Tauberi tüüpi teoreemidest kahekordsete ridade maatriksmenetluste korral. (Juhendaja prof. G. Kangro)

7. Tarassov, Sergei. Расчет прочности конструкций по методу конечных элементов на ЭВМ «Минск-32». (Juhendaja Ü. Vilipõld)

8. Trifonov, Peeter. Loenduvnormeeritud ruumidest ja kahekordsete jadade lineaarteisendusest. (Juhendaja dots. S. Baron)

9. Vään, Toomas. Tööstusettevõtete abihoonete arhitektuurne planeerimine elektronarvutil. (Juhendaja K. Märtin)

Rakendusmatemaatika osakonnas kaitsti järgmised diplomitööd:

1. Burmakina, Tatjana. Сборник информации с переферийных устройств и оптимальное распределение каналов по пучкам. (Juhendaja H. Härsing)

2. Goldenberg, Klara. Учет расчетов с поставщиками на ЦАС ГАПУ МЗ МССР. (Juhendaja J. Solovjova)

3. Gontsarenko, Julia. Двойные разности. (Juhendaja dots. S. Baron)

4. Jõeäär, Milvi. Palgaarvestuse mehhaniseerimisest. (Juhendaja E. Korjus)

5. Järvpõld, Sirje. Operaatori SWEEP kasutamine prognoosi koostamiseks. (Juhendaja A. Parring)

6. Kalder, Mare. Lihtsate alternatiivsete lineaarsete kitsendustega täisarvulised planeerimisülesanded. (Juhendaja dots. L. Kivistik)

7. Karpenko, Ludmilla. Решение интегральных уравнений с экспоненциальными ядрами. (Juhendaja prof. G. Vainikko)

8. Kets, Ester. Diferentsskeeme esimest järku hüperboolset tüüpi diferentsiaalvõrrandi lahendamiseks. (Juhendaja dots. E. Tamme)

9. Kihva, Reet. Tsükliliste süsteemide planeerimisest. (Juhendaja dots. J. Kiho)

10. Krinal, Maila. Pontrjagini printsiibi rakendamisest mehaanika ülesannete lahendamiseks. (Juhendaja v. õp. J. Kirs)

11. Kurvits, Anu. Rajatingimuste ülekandmise meetod optimaalse juhtimisülesande lahendamisel. (Juhendaja dots. I. Vainikko)

12. Küpersep, Olga. Теория корреляционных функционалов для бинарных случайных элементов. (Juhendaja v. õp. T. Möls)

13. Levo, Asta. Tsüklitega graafi väljastamine laitrükkalile. (Juhendaja dots. J. Kiho)

14. Lissenko, Oleg. Рациональный раскрой промышленных материалов. (Juhendaja S. Ohhota)

15. Metsalu, Mart. Infopanga matemaatiline mudel. (Juhendaja T. Saluäär)

16. Metsalu, Sirje. Lineaarsete planeerimisülesannete formeerimise algoritmiseeritud süsteem ankeedi tüüpi sisendi puhul. (Juhendaja A. A. Jägel)

17. Nurga, Peeter. Intuitsionistliku loogika valemite normaalkuju. (Juhendaja dots. A. Tauts)

18. Reinok, Mare. Tsükliloperaatori transleerimine. (Juhendaja H. Hurt)

19. Silman, Anna. Характеристики пуассоновских моделей облачности. (Juhendaja prof. G. Vainikko)

20. Toomel, Katrin. Faktoranalüüsi kasutamine TRÜ üliõpilaskandidaatide võimete analüüsimisel. (Juhendaja dots. E. Tiit)

21. Uri, Mae. Fikseeritud algkulutustega lineaarsete kitsendustega planeerimisülesanded. (Juhendaja dots. L. Kivistik)

22. Velbaum, Inna. Latentse analüüsi meetodi rakendamine psühhomeetrias. (Juhendaja dots. I. Kull)

23. Vohmjanin, Oleg. Перенос лучистой энергии через неоднородную плоскопараллельную среду. (Juhendaja prof. G. Vainikko)

Matemaatika pedagoogilises osakonnas kaitsti järgmised diplomitööd:

1. Aavasalu, Mai. Lisainformatsiooni iseloomustus ja analüüs koolis kasutusel olevates matemaatikaõpikutes. (Juhendaja dots. J. Reimand)

2. Jõgi, Helmar. Vektorid ja trigonomeetria koolimatemaatikas. (Juhen-

3. Jürgens, Liida. Loogikaülesanded koolimatemaatikas. (Juhendaja v. õp. E. Mitt)

4. Kanarik, Aime. Deduktsiooni lähtemõisted koolimatemaatikas. (Juhendaja v. õp. K. Ariva)

5. Laur, Veera. Matemaatika õpetamisest ENSV koolide matemaatika kallakuga eriklassides. (Juhendaja dots. O. Prinits)

6. Laurimaa, Edvig. Keskkooli lõpuklassi matemaatikakursuse sisu ja mahu dünaamika. (Juhendaja dots. O. Prinits)

7. Nigul, Marika. Eriklassi lõpetanute osa TRÜ matemaatika ja füüsika eriala üliõpilaste hulgas. (Juhendaja prof. Ü. Lepik)

8. Nisamedtinov, Ramil. n-kohaliste lihtrekursiivsete funktsioonide R. Robinsoni algebra mõningaid omadusi. (Juhendaja dots. A. Tauts, asp. P. Lorents)

9. Pulk, Reti. Matemaatika ja majanduse elemendid keskkooli teistes õppeainetes. (Juhendaja dots. J. Reimand)

10. Raidma, Leo. Seose mõiste koolimatemaatikas. (Juhendaja v. õp. K. Ariva)

11. Sarapik, Elina. Formalism matemaatika õpetamisel koolis (7. ja 8. klassi kursus). (Juhendaja v. õp. K. Velsker)

12. Vidil, Vilma. Registreeritavate faktorite osa õppeedukuse prognoosimisel. (Juhendaja dots. E. Jürimäe)

ERNST RAIK

In memoriam

19. novembril 1975. aastal suri vähktõve tagajärjel ENSV TA Küberneetika Instituudi matemaatiliste meetodite sektori vanemteadur, füüsika-matemaatikakandidaat Ernst Raik.

Ernst Raik sündis 24. veebruaril 1938. a. Leningradi oblastis. Mõne aasta pärast asus perekond elama Rakveresse. Lapsepõlv oli Ernstil raske. Varakult kaotas ta vanemad ja juba maast-madalast tuli tal iseseisvalt eluraskustega toime tulla. 1956. a. lõpetas Ernst Rakvere I Keskkooli ja sügisel astus TPI-sse automaatika ja telemehaanika erialale. Õige varsti sai vaiksest ja tagasihoidlikust noormehest kursuse priimus, kellele määrati M. I. Kalinini nimeline stipendium. Õppimise kõrval töötas ta laborandina elektrotehnika laboratooriumis. Pärast 4. kursuse lõpetamist suunati Ernst õppima Moskva Energeetika Instituuti arvutustehnika erialale. Selle instituudi lõpetas Ernst 1962. a. kiitusega ja asus tööle vastloodud Küberneetika Instituuti.

Kaadri kasvatamiseks saadeti tol perioodil võimekamad instituudi töötajad pikaajalistele komandeeringutele Liidu juhtivatesse instituutidesse. Nii sattus Ernst kohe tagasi Moskvasse stažöörina NSVL TA Peenmehaanika ja Arvutustehnika Instituuti digitaalsüsteemide sünteesi uurima.

Rakendusmatemaatikas oli see suurte muutuste aeg, kus arvutustehnika areng hakkas otseselt mõjutama uurimistemaatikat. Osutus võimalikuks püstitada ja lahendada selliseid ülesandeid, mis varemalt jäid vaatluse alt välja ületamatute arvutuslike raskuste tõttu. Päevakorda kerkisid optimiseerimisülesanded. Äsja oli trükist ilmunud L. S. Pontrjagini ja tema kaastööliste monograafia protsesside optimaalsest juhtimisest. Juba õpingute ajal Moskvas tutvus Ernst uue valdkonnaga ja huvitus sellest tõsiselt. Nüüd, uuesti Moskvas olles puutus ta igapäevases töös pidevalt kokku selle ala spetsialistidega, peamiselt oma erialast vaimustuses olevate aspirantidega. Võrdlemisi kiiresti küpses Ernstil otsus kvalifitseeruda ümber uuele erialale. Kuid esialgu tuli tal lahendada tõsine dilemma.

Nimelt osutus optimiseerimine selliseks matemaatika valdkonnaks, kust leidis tööd ja leiba väga kirju seltskond. Ühelt poolt uurisid teooriat nimekad ja kõrge kvalifikatsiooniga matemaatikud, teiselt poolt optimiseerisid konkreetseid protsesse inimesed vägagi puuduliku matemaatilise ettevalmistusega. Mõningatel andmetel publitseeriti lähema aastakümne jooksul ekstreemumülesannete valdkonnas üle maailma umbes 40 000 tööd. Midagi sarnast matemaatika ajaloos varem ei ole olnud, valitses tõeline buum. Ernst oleks võinud lihtsalt läbi ajada: valida mingi konkreetne ülesanne, kasutades TPI-s õpitud traditsioonilist insenerimatemaatika kursust ja natukene lisaks õppides see ülesanne ära lahendada, mõelda juurde pseudorakendused, kaitsta väitekiri, lohutada ennast vabandusega: pärast jõuab tõsiselt asja juurde asuda ja hiljem kibedusega näha, kuidas see «pärast» kogu aeg edasi lükkub. Ning lahustuda tohutus nimede virr-varris, lisades juurde oma osa juba olemasolevasse väheväärtuslikku trükistevirna.

Ernst valis teise tee. Ei usu, et tal eriti kahelda tuli, otsused tegi ta alati kiirelt, käigupealt, ja asus neid viivitamatult läbi viima. Senine temaatika ei ole huvipakkuv — järelikult tuleb valida uus; ekstreemumülesannete teooria on huvipakkuv — järelikult tuleb valida see; ettevalmistus tõsiseks tööks on nigel — järelikult tuleb juurde õppida.

Seetõttu asus Ernst sama, 1962. aasta sügisel stažöörina tööle Automaatika ja Telemehaanika Instituuti (praegune Juhtimisprobleemide Instituut), mis oli selleks ajaks kujunenud Liidu juhtivaks keskuseks optimiseerimisülesannete alal. Paralleelselt asus ta kaugõppes õppima Moskva Riikliku Ülikooli mehaanika-matemaatikateaduskonnas, mille ta lõpetas 1966. aastal. Ja 1964. aastal võis ta rahuliku südamega astuda aspirantuuri optimiseerimisülesannete matemaatilise teooria alal. Juhendajaks sai professor A. M. Ljotov. Samal ajal algas Ernstil koostöö B. T. Poljakiga, kes on praeguseni Liidus parimaid spetsialiste optimiseerimismeetodite alal. Seda koostööd hindas Ernst eriti ja pidas B. T. Poljakki oma õpetajaks ning teaduslike vaadete kujundajaks.

1967. aastal kaitses Ernst Raik edukalt väitekirja füüsika-matemaatikakandidaadi kraadile teemal «Ekstremaalülesannete mõningatest lahendusmeetoditest ja nende rakendused optimaalse juhtimise probleemides». Väitekiri oli sisult matemaatiline. Ernst uuris Fejéri tüüpi meetodeid ja projektsioonimeetodit Hilberti ruumis antud kumerate hulkade ühisosa mingi punkti leidmiseks. Samuti käsitletakse väitekirjas Fejéri tüüpi meetodeid ja trahvifunktsioonide meetodit Hilberti ruumis määratud kumera funktsionaali minimiseerimiseks kumeratel lisatingimustel. Tulemusi rakendatakse optimaaljuhtimisülesannete ja funktsionaalvõrratuste süsteemide lahendamiseks. Väitekirjas leitud tulemused on avaldatud töödes [1—4].

Ernst Raigi puhul on tegemist küllaltki haruldase juhtumiga, mil väitekiri kaitstakse faktiliselt järgmisel aastal pärast ülikooli lõpetamist.

Pärast aspirantuuri lõpetamist asus Ernst tööle Küberneetika Instituuti matemaatiliste meetodite sektorisse. 1968. aastal valiti ta vanemteaduriks ja sellel kohal töötas ta kuni surmani.

Alguses Ernst jätkas valitud temaatika uurimist, avaldades tööd [5—7]. Ta uuris kujutiste meetodit tõketega ekstreemumülesannete lahendamiseks, jätkas Fejéri tüüpi meetodite koonduvuse uurimist, käsitles trahvifunktsioonide meetodi rakendamise korrektsuse probleemi. Kuid siis köitsid ta tähelepanu juhuslikke suurusi sisaldavad ekstreemumülesanded, täpsemalt — stohhastilised planeerimisülesanded. Neid ülesandeid oli vaadeldud varemgi, kuid peamiselt rakenduslikke aspekte silmas pidades. Puudus üldine lähenemisviis ja üldised meetodid. Just neid aga pidaski Ernst silmas, kui ta hakkas uurima stohhastilise planeerimise ülesandeid.

Huvitav on meenutada lähtekohta, millest ta oma uurimusi alustas.

Instituudis töötades kulub osa aega

paratamatult konsultatsioonideks mitmesuguste erialade töötajatele konkreetsetes probleemides. Reeglina on kõige raskemaks ja aeganõudvamaks ülesande täpne formuleerimine, mida tuleb tihti teha ülesande kaunis ebamäärase suusõnalise kirjelduse põhjal. Ernstil oli siin kindel metoodika. Probleemi tuumast arusaamiseks püüdis ta alati formuleerida ülesande nii üldiselt kui vähegi võimalik. Selliselt formuleeritud ülesande põhjal tegi ta probleemi endale selgeks ja alles siis hakkas vaatlema lähteülesannet ning seda saadud skeemi sobitama. (Sellises lähenemisviisis küll seisnebki matemaatika olemus, kuid täiesti konkreetsetest probleemidest arusaamiseks teda tihti ei kasutata.) Üks kord oligi tegemist ülesandega, kus tuli võrrelda kahe stohhastilise ekstreemumülesande lahendit, milledest ühes olid kitsendused antud kvantiilfunktsiooni, teises keskväärtuse kaudu. Ülesande üldine püstitus jäi esialgu ebaselgeks, otsad jäid lahtisteks. Ernst asus probleemi lähemalt uurima ja töötas selles valdkonnas kuni surmani.

Esimestes sellealastes töödes uuris ta ülesande võimalikke püstitusi ja erinevate ülesannete lahendite omavahelisi seoseid.

Artiklis [8] tuletas ta 18 võrratust erinevate formuleeringute abil saadavate lahendite vahel. Järgmises artiklis [9] vaatles juba juhtu, kus ülesanded erinevad kitsenduste tüübi poolest.

Töödes [11, 12, 15, 16, 17] uuris Ernst Raik stohhastilise planeerimisülesande lahendi olemasoluga seotud küsimusi. Uuritakse sihifunktsiooni poolpidevuse ja kumeruse omadusi. Lahendit vaadeldakse kas funktsioonina juhuslikust suurusest või siis tõenäosusmõõduna. Esimesel juhul antakse olemasolu laused erinevates funktsionaalruumides, teisel juhul mittenegatiivsete loenduvaditiivsete Prohhorovi meetrikaga mõõtude ruumis ja lõplikaditiivsete mõõtude Banachi ruumis.

Kõigis neis töödes sidus Ernst õnnestunult funktsinoaalanalüüsi ja tõenäosusteooria meetodeid ning kasutas järjekindlalt nn. kumera analüüsi meetodeid. Tasub meenutada, et viimased levisid laialdaselt alles pärast R. T. Rockefelleri tuntud monograafia ilmumist aastal 1970.

1973. aastal toimus Tallinnas VI üleliiduline ekstreemumülesannete konverents, kus Ernst Raik juhatas stohhastiliste planeerimisülesannete sektsiooni tööd. Konverentsi plenaaristungil esines ta pikema ülevaateloenguga [18].

Töödes [10, 13, 14, 19] uuris Ernst Raik stohhastiliste planeerimisülesannete seost optimaaljuhtimise ja mängude teooria ülesannetega.

Artiklis [21] eraldas ta välja juhu, kus ülesande lahendiks olev mõõt on diskreetne ja realiseerub lõplikus arvus punktides.

Järgmise töödetsükli kavandas Ernst Raik lahendusalgoritmidest. Töös [20] andis ta tingimused tõenäosusfunktsiooni diferentseeruvuseks parameetri järgi ja leidis gradiendi avaldise. Seda kasutades konstrueeritakse stohhastiline pseudogradiendimeetod tõenäosusfunktsiooni minimiseerimiseks.

Veel kavatses Ernst uurida ekstreemumülesandeid juhuslike protsesside teoorias...

Ernst Raigile oli iseloomulikuks oskus täpselt piiritleda vaadeldavate probleemide klassi. Ta ei taotlenud pealiskaudseid teadmisi paljudelt aladelt. Kuid mida ta uuris, seda tundis põhjalikult. Üheks ta lemmiktegevuseks oli vastunäidete konstrueerimine ja neid teadis ta palju. Uue probleemiga kokku puutudes ta tavaliselt neist alustaski, püüdes teha selgeks, kui üldiselt on mõistlik ülesannet püstitada. Kahjuks pole enam võimalik Raigi poolt väljamõeldud vastunäiteid kokku koguda. Koos väljaantuna oleks neil suur väärtus.

Neid töid lugedes, kus matemaatikat rakendatakse teistes teadustes, imestas ta tihti, kuidas seal autorid «lahendavad» ühe ropsuga kolmkümmend ülesannet, milledest igaüks vääriks vähemalt kolmkümmend tõsist matemaatilist artikilt. Rääkides nende autoritega või kuulates seminaril selliseid ettekandeid ta tavaliselt diskuteerima ei hakanudki, vaikis või viis jutu mujale. Samal ajal sai Ernst hästi aru, et konkreetsete praktikaülesannete lahendamisel tuleb teha palju teoreetiliselt kahtlasi järeleandmisi ning oskas selliste ülesannetega hästi toime tulla. Näiteks juhendas ta aastatel 1969—1971 tehase «Punane Kunda» juures läbiviidavat lepingulist uurimistööd, mille tulemusena leiti tsemendi põletamise tehnoloogilise protsessi optimaalsed parameetrid.

TPI-s luges Ernst erirühmale automaatreguleerimise teooria matemaatilisi aluseid, võttes aluseks A. J. Dubovitski ja A. A. Miljutini poolt väljatöötatud ekstremaalülesannete lahendusskeemi.

1972. aastal töötas Ernst Raik neli nädalat Saksa DV-s, kus pidas loenguid Dresdeni Tehnikaülikooli arvutusmatemaatika teaduskonnas ja Berliini TA Matemaatika Keskinstituudis. Aastaid refereeris ta Saksa FV-s ilmuvale referatiivajakirjale «Zentralblatt für Mathematik und Grenzgebiete». Oli kirjavahetuses ja vahetas separaate paljude tippspetsialistidega üle maailma. Ametlikke aspirante oli tal kaks, mitteametlikke rohkem.

Ellusuhtumine oli Ernst Raigil läbinisti jaatav. Iialgi ta ei virisenud, äpardused ja raskused teda ei kohutanud. Ta oli sügavalt veendunud, et inimestele meeldib kujutada raskusi suurematena, kui need tegelikult on. Kõikvõimalike raskuste ületamiseks tunnustas ta vaid ühte moodust: hakata aega viitmata tööle ja teha tööd energiliselt ning sihikindlalt. Viienda kursuse üliõpilasena kirjutas Ernst vabariigi valitsusele pika argumenteeritud kirja, kus põhjendas meie vabariigis arvutustehnika loomise ja tootmise vajadust. Selline programm võeti päevakorda neliteist aastat hiljem.

Väga armastas Ernst huumorit. Kuid tema huumor oli isikupärane. Seda võiks nimetada optimistlikuks mustaks huumoriks. Ka siin lõi temas välja matemaatiku talent. Naljakaid elujuhtumeid või anekdoote püüdis ta üldistada, kanda üle teise situatsiooni, leida tingimused, kus antud anekdoot järsku lakkab olemast anekdoot või kus tavaline igapäevane seik muutub anekdootlikuks. Veel päris lõpu eel, kui tal oli väga raske, leidis ta ikka mõne nalja teda vaatama tulnud sõprade meeleolu tõstmiseks. Lohutas sõpru, et ega ta niipea siit ilmast minema ei pääse, pole surnukuuris tutvusi.

Armastas elu analüüsida. Neis probleemides, mis teda huvitasid, oli tal oma kindel seisukoht, tihti erinev üldtunnustatutest. Vaidlustest võttis osa seni, kuni need olid akadeemilised. Kui oponent ägestus või hakkas oma seisukohta peale suruma, siis Ernst vaikis, naeratas ja jäi oma seisukohtadele.

Kaaslast oli Ernst valmis alati aitama. Abi oli ikka konkreetne, ei seisnenud targutamises, vaid kaasalöömises. Töötas kahe koosseisu vältel Tallinna Linna TSN TK saadikuna noortekomisjonis.

Palju jäi Ernst Raigil pooleli. Pooleli jäid kavandatud tööd, pooleli jäi doktoridissertatsioon. Kuid ka lõpetatu annab talle püsiva koha stohhastilise planeerimise teooria aluste uurijate hulgas.

Eesti matemaatika kaotas ühe suuna rahvusvaheliselt tuntud liidri. Küberneetika Instituut kaotas ühe juhtivatest teadlastest. Töökaaslased kaotasid hea ja abivalmis sõbra. Kolm väikest last jäi isata.

T. Tobias, töökaaslane

Ernst Raigi trükis ilmunud tööd

1. О методе штрафных функций. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 16, № 2, 1967, 172—180
2. Методы фейеровского типа в гильбертовом пространстве. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 16, № 3, 1967, 286—293
3. Некоторые методы решения экстремальных задач и их приложения к проблемам оптимального управления. — Автореферат диссертации, Таллин, 1967
4. Методы проекций для отыскания общей точки выпуклых множеств. — Журнал вычислит. математики и математ. физики 7, № 6, 1967, 1211—1228 (kaasautorid L. G. Gurin ja B. T. Poljak)
5. Метод отображений для решения экстремальных задач с ограничениями. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 17, № 3, 1968, 255—259 (kaasautor I. Petersen)
6. О классе итерационных методов с фейеровскими последовательностями. — Изв. АН ЭССР. Физ. Матем., 18, № 1, 1969, 22—26
7. О корректности применения метода штрафных функций. — Тру-

ды III Всесоюзного симпозиума по экстремальным задачам. — Изд. Томского университета, Томск, 1969 г., 253—260

8. Неравенства в задачах стохастического программирования. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 19, № 3, 1970, 292—298
9. Сравнение решений в различных постановках задач стохастического программирования. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 19, № 4, 1970, 469—472
10. Некоторые неравенства в стохастических задачах нелинейного программирования и оптимального управления. — Доклады совещания по статистическим методам теории управления. М., «Наука», 1970, 15—21
11. Качественные исследования в задачах стохастического нелинейного программирования. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 20, № 1, 1971, 8—14
12. О функции квантиля в стохастическом нелинейном программировании. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 20, № 2, 1971, 229—231
13. Соотношения в задачах стохастического оптимального управления дискретными процессами. — Автоматика и телемеханика, № 3, 1971, 62—68
14. Стохастическая дискретная игра с заданной длительностью — V Всесоюзное совещание по проблемам управления, часть II, М., «Наука», 1971, 149—151
15. О задачах стохастического программирования с функционалами вероятности и квантиля. — Изд. АН ЭССР, Физ. Матем. 21, № 2, 1972, 142—148
16. О задачах стохастического программирования с решающими функциями. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 21, № 3, 1972, 258—263
17. Рандомизированные решения в задачах стохастического программирования. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 21, № 4, 1972, 379—386 (kaasautor R. Lepp)
18. О постановках задач стохастического нелинейного программирования. — VI Всесоюзная конференция по экстремальным задачам, часть II. Таллин, 1973, 85—89 (kaasautor D. B. Judin)
19. Существование и поиск решений в задачах стохастического дискретного оптимального управления. — VI Всесоюзное совещание по проблемам управления. М., «Наука», 1974, 51—53 (kaasautorid R. Lepp ja E. Tamm)
20. Дифференцируемость по параметру функции вероятности и стохастический псевдоградиентный метод для ее оптимизации. — Изв. АН ЭССР, Физ. Матем., 24, № 1, 1975, 3—9
21. О структуре оптимальных рандомизированных решений в задачах стохастического программирования. — Кибернетика. Изд. АН УССР, Киев, 1976 (trükkimisel).

ÜLESANDEID KLASSIVÄLISEKS TÖÖKS 7.—8. KLASSIDELE

1. Tehteid teostamata selgitada, kas murd $\dfrac{244 \cdot 395 - 151}{244 + 395 \cdot 243}$ on taanduv või mitte.
2. Kui kahekohalisele arvule liita arv, mis saadakse selle numbrite ümbervahetamisel, saame summaks täisruudu. Leida sellised arvud.
3. Raamatu lehekülgede nummerdamiseks läheb vaja 6869 numbrit. Mitu lehekülge on raamatus?
4. Kastis on 70 kuuli; neist 20 on punased, 20 — rohelised, 20 — kollased ning ülejäänud on mustad ja valged. Mitu kuuli tuleks pimesi kastist võtta, et nende hulgas oleks vähemalt 10 üht värvi kuuli?
5. Isa palus talvel pojal mõõta sammudega aia pikkust. Soovides kontrollida poja tulemust, mõõtis isa aia pikkust oma sammudega, alustades mõõtmist sealt kus poegki. Teatud kohtades isa jäljed ühtisid poja jälgedega lumel. Kokku jäi lumele 61 jälge. Leida aia pikkus, kui isa sammu pikkus on 0,72 m, pojal aga 0,54 m.
6. Insener, kes töötab linnast eemal asuvas tehases, sõidab iga päev tööle rongiga ning väljub jaamas A. Selleks ajaks tuleb talle jaama A vastu sõiduauto, millega ta jõuab õigeks ajaks tehasesse. Kord sõitis insener varasema rongiga, mis jõudis jaama A 55 minutit varem. Sõiduautot ootamata hakkas insener jalgsi tehase poole minema. Teel kohtas ta sõiduautot ning jõudis autoga tehasesse 10 minutit varem kui tavaliselt. Mitu korda on auto kiirus suurem kui jalgsi käiva inseneri kiirus?
7. Merevesi sisaldab 5% soola (kaalu järgi). Mitu kg magedat vett tuleb lisada 40 kg mereveele, et segu sisaldaks 2% soola?
8. Ema on tütrest 2,5 korda vanem. Kuus aastat tagasi oli ema tütrest 4 korda vanem. Leida ema ja tütre vanus.
9. Kolmnurgas ABC on tipust B tõmmatud kõrgus BE ja nurgapoolitaja BK. Avaldada nurk KBE nurkade $\angle A = \alpha$ ja $\angle C = \gamma$ kaudu.
10. On antud nurk ning punkt väljaspool nurka. Leida antud punkti läbiv sirge nii, et sirge lõikumisel nurgaga saaksime etteantud ümbermõõduga kolmnurga.
11. Tõestada, et mistahes nelinurga külgede keskpunktid on rööpküliku tippudeks.
12. Võrdkülgse kolmnurga ABC ümberringjoonel on võetud punkt M. Tõestada, et suurim lõikudest MA, MB ja MC võrdub ülejäänud kahe summaga.
13. Tõestada, et paaritu arvu ruut annab jagamisel kaheksaga jäägi 1.
14. Kuuekohalises arvus esimene number võrdub kolmandaga, teine neljandaga ning kolmas kuuendaga. Tõestada, et see arv jagub arvudega 7; 11 ja 13.
15. Tõestada samasus $a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc = (b+c)(c+a)(a+b)$.
16. Lahendada võrrand
$$\frac{6b+7a}{6b} - \frac{3ay}{2b^2} = 1 - \frac{ay}{b^2 - ab}.$$
17. Millistel m väärtustel on võrrandil $m^2x = m(x+2) - 2$ üksainus lahend?
18. Lahendada võrrand
$$\frac{c+3z}{4c^2+6cd} - \frac{c-2z}{9d^2-6cd} = \frac{2c+z}{4c^2-9d^2}.$$
19. Kolmekohaline arv lõpeb numbriga 3. Kui lõpunumber 3 tuua esimeseks numbriks, saame uue arvu, mis on ühe võrra suurem kolmekordsest lähtearvust. Leida see arv.
20. Neljakohalise arvu esimene ja kolmas number on ühesugused, teine number on ühe võrra suurem kui neljas. Leida see arv, teades, et see on täisruut.

Bibliograafia

Eesti NSV-s ilmunud matemaatikaalane kirjandus 1974. a.

(Koostanud M. Suurväli)

RAAMATUD

A r i v a, K. **Matemaatika õpetamisest XI klassis.** Tln., 1974, 134 lk., joon. (ENSV Haridusmin.) Rotapr.

A r i v a, K., E t v e r k, E. ja T e l g m a a, A. **Matemaatika õpetamisest VI klassis.** Met. juhend õpetajatele. Tln., 1974. 107 lk., joon. (ENSV Haridusmin.) Rotapr.

A r i v a, K., E t v e r k, E., U n d u s k, A. ja V i h m a n, A. **Matemaatika õpetamisest VIII klassis.** Tln., 1974. 75 lk., joon. (ENSV Haridusmin.) Rotapr.

B a š m a k o v, V. **Võrrandid ja võrratused.** Tln., «Valgus», 1974. 97 lk., joon.

D o r d e t t, S. **Matemaatika kirjalikud tööd kutsekeskkooli I kursusele.** Met. lisamaterjal õpetajatele. Tln., 1974. 67 lk. (ENSV MN Riikl. Kutsehar. Kom. Õppe-met. kab.) Rotapr.

Elementaarmatemaatika. 2. (Kogumik TRÜ vastuvõtueksamite ülesandeid.) Koost. J. R e i m a n d. Tartu, 1974. 175 lk. (TRÜ mat. õpetamise met. kat.) Rotapr.

E t v e r k, E., G a r š n e k, A., K a s s, A., K a s s, P., K r u s b e r g, H. ja T e e ä ä r, M. **Matemaatika kõrgematesse koolidesse astujaile.** 2., muudetud ja täiend. tr. Tln., «Valgus», 1974. 368 lk., joon.

E t v e r k, E. ja R o o s, H. **Vektorarvutus ja analüütiline geomeetria.** Loengukonspekt. Tln., 1974. 128 lk., joon. (TPI mat. kat.) Rotapr.

J ü r g e n s o n, R., L u m e, T. ja P r i s k, L. **ALGAMS arvutile «Minsk-32».** Õppeabimaterjal. Tln., 1974. 210 lk. (TPI informatsioonitöötlemise kat. arvutuskeskus.) Rotapr.

J ü r i m ä e, E. **Kompleksarvud.** Juhendmaterjal II ja III kursuse üliõpil. Tartu, 1974. 19 lk. (TRÜ mat.- ja füüsikakool. M-28). Rotapr.

K i v i s t i k, L. ja G a b o v i t š, J. **Arvuteooria.** 2., ümbertööt. tr. Tartu, 1974. 320 lk. (TRÜ arvutusmat. kat.) Rotapr.

K o b o z e v, N. **Arvutuslükati.** Programmeeritud õppevahend. Tln., «Valgus», 1974. 103 lk., ill.

Koolimatemaatika. 1. Met. materjale. Tln., 1974. 26 lk. (ENSV Haridusmin., ENSV Vabar. Õp. Täiendusinst.) Rotapr.

K o o r t, A. **Tõenäosusteooria ja statistilised meetodid.** 1. Loengukonspekt. Tln., 1974. 136 lk. ill. (TPI) Rotapr.

K r a n i n g, M., P a l u v e e r, N., R ü n k, O. ja V a l l a s, E. **Kujutav geomeetria.** Tln., 1974. (TPI) Rotapr.

Harjutusülesanded. 56 lk., joon.

Lisaharjutusülesanded ehituslikele erialadele. Parand. ja täiend. kordustr. 22 lk., joon.

Kõrgem matemaatika. Programm, met. juhendid ja kontrolltööde ülesanded ökonoomikaerialade I ja II kursuse kaugüliõpilastele. Koost. M. T e e ä ä r. Tln., 1973. 44 lk. (TRÜ majandusmat. kat.) Rotapr.

Kõrgem matemaatika. 2. Programm, met. juhendid ja kontrolltööde ülesanded kaugõppeosak. II kursuse üliõpilastele. Koost. T. J õ g i, P. K a s s, M. S e e r o. Tln., 1974. 59 lk., joon. (TPI mat. kat.) Rotapr.

L i n t s, A. **Matemaatika õpetamisest I klassis.** Met. nõuandeid õpetajatele. Tln., «Valgus», 1974. 159 lk., ill.

Matemaatika. Met. materjalid kaugõppe ettevalmistuskursustel õppijaile. Koost. P. K a s s. Tln., 1974. 32 lk. (TPI ettevalmistuskursused.) Rotapr.

Matemaatika- ja mehhaanika-alaseid töid. XIII. Tartu, 1974. 244 lk. (TRÜ Toimetised, nr. 336.)

Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.

Sisu: A. T a u t s. Pseudo-Boole'i algebrate tautoloogiliste valemite formaalne tuletus. — E. R e d i. Sümmeetriliste polükategooriate ühepoolsed ideaalid. — E. R e d i. Sümmeetrilistest polüringoididest. — P. P u u s e m p. Kahemetatsükliliste rühmade klassi endomorfismipoolrühmad. — M. Trepetin. Isomorfsete endomorfismipoolrühmadega iseendas vabad nilpoolrühmad. — M. Trepetin. Monogeensete nilpoolrühmade defineeritavus nende endomorfismipoolrühmade abil. — M. Kilp. Monoidide homoloogilisest klassifikatsioonist nende vasakpoolsete ideaalide omaduste järgi. — V. Fljaišer. Vabade polügoonide endomorfismidest. — K. Kaarli. Ringid, mille aditiivse rühma kõik alamrühmad on alamringid. II. — K. Kaarli. Ühikuga ringoididest.

Matemaatika- ja mehhaanika-alaseid töid. XIV. Tartu, 1974. 336 lk. (TRÜ Toimetised, nr. 342.)
Vene k., resümeed eesti, inglise ja saksa k.

Sisu: A. Tauts. Mäng valemite semantika konstrueerimiseks üldistatud Bethi mudelites. — J. Gabovitš. Kaks neljanda astme diofantilist võrrandit. — T. Kelder. Koonduvus suunatud perede abil. — A. Parring. Spetsiaalsete sisekõverustega sümplektiliste $2m$-tasandite kongruentsi fokaalpinna ehitusest. — A. Fljaišer. Joonpind orbiidi ruumis P_3 ja nende homogeensed ruumid. — I. Maasikas. Pseudoeukleidilise ruumi mitteisotroopsete alamruumide Grassmanni muutkonna Riemanni geomeetriast. — K. Riives. Eukleidilise ruumi R_5 liikumiste rühma Lie alamrühmad ja nende orbiidid. II. — K. Riives. Eukleidilise ruumi R_n kumerate hulktahukate afiinsest klassifikatsioonist ja tunnustest II. — E. Oja. Tinglmatud Schauderi lahutused ja tünnlruumide refleksiivsus. — M. Abel. Tõkestatud pidevate A-väärtustega funktsioonide algebra otselahutusest. — A. Kivinukk. Ühest kahe muutuja funktsioonide lähendusmeetodist. — V. Soomer. Peaaegu summeeruvusväljadest. — V. Soomer. Koonduvustegurid peaaegu koonduvate ridade jaoks. — J. Vorošnina. Summeeruvustegurid integraalide jaoks. — T. Sõrmus. Tauberi teoreemid Banachi ruumi ridade jaoks. — H. Türnpu, F. Schipp. Produktsüsteemidega määratud funktsionaalridade koonduvusest peaaegu kõikjal. — H. Türnpu, K. Lõhmus, T. Saluäär. Funktsionaalridade tugevast summeeruvusest. — S. Baron. Kahekordsete funktsionaalridade Lebesque'i funktsioonid koonduvuse ja summeeruvuse puhul. — G. Vainikko. Täielikult pidevate operaatorite püsipunktide lähendamisest. — P. Oja. Evolutsioonivõrrandi lahendamisest Galjorkini meetodiga. — A. Dementjeva. Kahe meetodi võrdlus ilmutamata funktsiooni ligikaudseks konstrueerimiseks. — M. Koit. Elementaar-utilitaarse keele omadusi. — E. Pungar. Pöördkoorikute optimaalne projekteerimine L. S. Pontrjagini maksimumprintsiibi abil — Ü. Lepik. Ligikaudne meetod jäikplastsete lokaalselt koormatud konstruktsioonide dünaamika ülesannete lahendamiseks. — K. Soonets. Telgsümmeetriliselt koormatud silindrilise kooriku elastsest-plastsest käitumisest. — J. Lellep. Erinevate voolavuspiiridega materjalist valmistatud ümar- ja rõngasplaatide statsionaarne roomavus.

Matemaatilise analüüsi praktikum. 1, 3. 1. vihik. Tartu, 1974. (TRÜ matem. anal. kat.) Rotapr.
1. Baron, S., Jürimäe, E., Reimers, E., Sõrmus, T. ja Tõnnov, M. 251 lk., joon.
3. 1. vihik. Baron, S. ja Reimers, E. 216 lk., joon.

Matemaatilise statistika tabelid. Koost. E. Jõgi. Tln., 1974. 25 lk. (TPedI mat. kat.) Rotapr.

Mitt, E. **Matemaatilise loogika põhimõisted ja ülesanded.** Tartu, 1974. 63 lk. (TRÜ mat. õpetamise metoodika kat.) Rotapr.

Nurk, E. **Iseseisvad tööd matemaatikast.** V kl. Tln., 1974. 44 lk., joon. (ENSV Haridusmin., ENSV Vabar. Õp. Täiendusinst.)

Panni, R. **Programmeerimine AKIT-süsteemis.** Tln., 1973, 118 lk., 1 l. tab. (ENSV Kõrgema ja Keskerihar. Min. Tead.-Met. Kab.) Rotapr.

Programme kõigile. 7—8. Tartu, 1974. (TRÜ Arvutuskeskus.) Rotapr.
7. Statistiline andmetöötlussüsteem. Koost. E. Tiit, S. Pleer, T. Kollo ja K. Pragi. 111 lk., ill.
8. Programmeerimine FORTRAN-is. Koost. Ü. Kaasik ja H. Niilisk. 150 lk., ill.

Programmeerimine arvutile «Minsk-32». Õppevahend. Koost. A. Jaeger, Ü. Kaasik, K. Ääremaa. 2., parand. tr. Tartu, 1974, 290 lk. (TRÜ Arvutuskeskus.) Rotapr.

Riives, S. ja Ruubel, A. **Kujutava geomeetria kontrolltööde metoodiline juhend.** (Kaugõppeüliõpil.) Tartu, 1974. 16 lk., joon. (EPA) Rotapr.

Rozenfeld, I. **Rakenduslik majandusmatemaatika.** (Mudelid, meetodid, algoritmid.) Tln., «Valgus», 1974. 168 lk., ill.

Silde, O. **Relatiivsusteooria põhiküsimusi geomeetria valguses.** Tln., «Valgus», 1974. 191 lk., ill.

Soonets, K. **Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika.** (Majandusteadusk. üliõpil.) 3., täiend. tr. Tartu, 1974. 198 lk., ill. (TRÜ teor. meh. kat.) Rotapr.

Tamme, E. ja Vainikko, G. **Matemaatilise füüsika võrrandid.** 2. tr. Tartu, 1974. 171 lk., joon. (TRÜ arvutusmat. kat.) Rotapr.

T o p n i k, E. **Teoreetilise mehaanika ülesannetest.** 1. Staatika. Tln., 1974. 120 lk., joon. (TPI teor. meh. kat.) Rotapr.

Tuletis. Juhendmaterjal II kursusele. Koost. E. K o l k. Tartu, 1974. 23 lk. (TRÜ Mat. ja füüsikakool. 29.) Rotapr.

T ü m a n o k, A. **Kinemaatika tüüpülesannete kogu.** Tln., 1974. 24 lk., joon. (TPI teor. meh. kat. Üldteor. õppeainete metoodikakomisjon.) Rotapr.

V a i n u, J. ja V e n s e l, V. **Uut majanduslikus analüüsis.** Tln., «Eesti Raamat», 1974. 127 lk., 1 l. tab.

V e n s e l, V. **Majanduslike algridade korrelatsioon- ja regressioonanalüüsi** õppeabimaterjal. Tln., 1973. 100 lk. (TPI stat. ja raamatupidamise kat.) Rotapr.

ARTIKLID

A f a n a s j e v, J. Seitsmenda ja kaheksanda klassi matemaatikakursuse omandatusest. — Nõuk. Kool, 1974, nr. 2, lk. 150—152; nr. 3, lk. 215—218.

A r i v a, K. **Matemaatika kordamine 11. klassis.** — Nõuk. Õpetaja, 1974, 20. apr.

Eesti NSV Teaduste Akadeemia Toimetised. Füüsika. Matemaatika. Tln., 1974.

Nr. 1. Matemaatika-alased artiklid (vene k., resümeed eesti ja inglise k.)

G. K a n g r o. Ortogonaalridade summeeruvuse kiirusest kolmnurksete regulaarsete menetluste abil. I. — E. J ä r v. Tsebõšovi tüüpi stabiilsusega funktsionaalide omadusi. — A. S i i m o n. Meetod vektor-aja ümberlülimisfunktsioonide moodustamiseks mikroprogrammidest. — I. M e l n i k o v, B. T a m m. Ühest andmete struktuuride formaliseerimise meetodist. — H. J o k k. Diferentsskeemide koonduvusest ebaühtlase võrgu kasutamisel mittelineaarsete teist järku diferentsiaalvõrrandite lahendamiseks. — J. L i i v a k. Programmjuhtimisega andmeedastusvõrkude organiseerimise põhimõtted.

Nr. 2. Matemaatika-alased artiklid (vene. k., resümeed eesti ja inglise k.).

G. K a n g r o. Ortogonaalridade summeerimise kiirusest kolmnurksete regulaarsete menetluste abil. II. — V. O l m a n. Regressioonimudel, parameetri minimaksne usaldushinnang normaalse aditiivse vea puhul. — V. O l m a n. Minimaksne lineaarne hindamine mitteruutkaofunktsiooni koral. — V. O l m a n. Ühest normaaljaotuse karakteristlikust omadusest. — A. S i i m o n. Veel kord mikroprogrammidest vektoraja ümberlülimise funktsioonide moodustamise meetodist. — L. A r e t. Ühe mitmeindeksilise transpordiülesande lahendamisest. — M. L e v i n. Märge integreerimisvalemi vea hinnangu kohta. — M. L e v i n.. Parimad kvadratuurvalemid kaalufunktsiooniga ja fikseeritud sõlmedega.

Nr. 3. Matemaatika-alased artiklid (vene k., resümeed eesti ja inglise k.)

T. T o b i a s. Kõdunud difusioonimaatriksiga difusiooniprotsesside optimaalsest peatamisest. — R.-K. L o i d e. Võrrandid ühe massi jaoks. — I. K e i s. Invariantidega süsteemide optimaalne juhtimine. — R. M i h k e l s o n. Graafilise side süsteem inimene — arvuti «Minsk-32».

Nr. 4. Matemaatika-alased artiklid (vene ja inglise k., resümeed eesti, vene ja inglise k.)

S. U l m. Koostöö ennustamise printsiibi ja mõnede dekompositsioonimeetodite vahelisest seosest. — J. H e n n o. Ω-süsteemide sisestamine minimaalse moodustajate hulgaga Ω-süsteemidesse. — L. M õ t u s, I. R a n d v e e. Resiini optimeerimisest sidussüsteemis. — A. R o o s e. Mittelineaarsete võrrandite ühe lahendusalgoritmide klassi omadused. — J. R o o s. Difusiooni tüüpi stohhastilise diferentsiaalvõrrandi lahendi piirjaotuse teoreem. — M. L e v i n, V. A r r o. Parim kvadratuurvalem kaalufunktsiooniga x. — V. A l a d j e v, O. O s s i p o v. Ühest modelleerimise meetodist homogeensetes struktuurides. — V. P o l l. Iteratiivsete meetodite ühest klassist mittelineaarsete operaatorvõrrandite lahendamiseks.

K ä r n e r, Mare. Jätkugu tahtmist kaasa rääkida. [Mat. katselisest õpetamisest 20 eesti õppekeelega kooli 11. kl. 1974/75. õ.-a. K. Ariva katseõpiku «Matemaatika XI kl.» põhjal.] — Nõuk. Õpetaja, 1974, 12. okt.

K ä r n e r, O. Matemaatika kontrolltöödest 6. klassis. — Nõuk. Kool, 1974, nr. 9. lk. 754—758.

K ä r n e r, O. ja T e l g m a a, A. Matemaatika kontrolltöödest tasandusklassides. — Nõuk. Kool., 1974, nr. 8, lk. 650—656.

L a n d r a, E. Mis on arvutustehnika? — Küsimused ja Vastused, 1974, nr. 7, lk. 68—73.

L i n d, A. Matemaatika kontrolltööd 10. klassis. — Nõuk. Õpetaja, 1974, 9. veebr.

L i n t s, A. Matemaatika 1. klassis 1974/75. õ.-a. — Nõuk. Kool, 1974, nr. 8, lk. 641—645.

R u g a, R. Kokkuvõte kontroll-

tööde analüüsi tulemustest. [6-aastaste laste matemaatikaeksperimentaalklassi töötulemustest.] — Nõuk. Kool, 1974, nr. 1, lk. 43—44.
Saarsoo, H. Mõningaid kokkuvõtteid matemaatika õpetamisest 6. klassis uue programmi järgi. — Nõuk. Kool, 1974, nr. 4, lk. 323—331.
Saarsoo, H. Tähelepanekuid matemaatika lõpueksameilt. [Tartu linna ja raj. koolides.] — Nõuk. Õpetaja, 1974, 29. juuni.
Sillaots, R. Matemaatilise statistika meetodi korrelatsioonianalüüsi rakendamine ATS töö analüüsimisel. — Side, Raadio, Televisioon, 1974, nr. 1, lk. 7—12, tab.
Telgmaa, A. Koolimatemaatika ja loogika kokkupuutekohti. — Nõuk. Kool, 1974, nr. 6, lk. 487—492.

Lk. 97 TOODUD ÜLESANNETE LAHENDUSED

1. Murd on taanduv, sest

$$\frac{244 \cdot 395 - 151}{244 + 395 \cdot 243} = \frac{395 \cdot 243 + 395 - 151}{395 \cdot 243 + 244} = 1.$$

2. Olgu otsitav kahekohaline arv $10a + b$. Et $(10a + b) + (10b + a) = 11(a + b)$ oleks täisruut, peab $a + b = 11$. Järelikult ülesande tingimust rahuldavad arvud 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83 ja 92.
3. Lehekülgede 1 kuni 999 nummerdamiseks läheb vaja $9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 900 = 2889$ numbrit. Seega $6869 - 2889 = 3980$ numbriga saab nummerdada veel $3980 : 4 = 995$ lehekülge, s. o. leheküljed 1000 kuni 1994. Raamatus on 1994 lehekülge.
4. Võttes kastist pimesi kuule, saame halvimal juhul 9 punast, 9 rohelist, 9 kollast ning 10 musta ja valget kuuli. Võttes nüüd veel ühe kuuli, saame 10 üht värvi kuuli. Seega tuleb võtta 38 kuuli.
5. Isa kolme sammu pikkus on võrdne poja nelja sammu pikkusega, nimelt 2,16 meetriga. Seega jääb 2,16 meetri pikkusel lõigul lumele 6 jälge (kui jätta arvestamata isa ja poja esimene ühine jälg). Järelikult aia pikkus võrdub 10 sellise lõigu pikkusega, s. o. 21,6 meetriga.
6. Auto jõudis tehasesse 10 minutit varem tänu sellele, et tal ei tarvitsenud sõita kohtumispaigast jaama ja tagasi. Järelikult läbib auto inseneri poolt 50 minutiga jalgsi läbitud tee 5 minutiga. Seega on auto kiirus 10 korda suurem.
7. 40 kg merevett sisaldab 2 kg soola. Et segu sisaldaks 2% soola, peab segu kaal olema 100 kg. Seega tuleb lisada 60 kg magedat vett.
8. Olgu tütre vanus x aastat. Ema vanus on 2,5 x aastat. Kuus aastat tagasi oli tütre vanus $x - 6$ aastat, ema vanus $2{,}5x - 6$ aastat. Ülesande tingimuse kohaselt

$$2{,}5\,x - 6 = 4(x - 6).$$

Siit $x = 12$.
Ema on 30, tütar 12 aatat vana.

9. Et $\angle KBC = \frac{1}{2}\,(180° - \alpha - \gamma) = 90° - \frac{\alpha}{2} - \frac{\gamma}{2}$ ja $\angle EBC = 90° - \gamma$, siis

$$\angle KBE = \angle KBC - \angle EBC = 90° - \frac{\alpha}{2} - \frac{\gamma}{2} - (90° - \gamma) = \frac{1}{2}\,(\gamma - \alpha).$$

10. Olgu otsitava kolmnurga ümbermõõt $2p$. Kanname nurga haaradele lõigud $AB = AC = p$. Joonestame ringjoone, mis puutub nurga haari punktides B ja C. Punktist M sellele ringjoonele tõmmatud puutuja MP ongi otsitav sirge. Kuna $LB = LP$ ja $KC = KP$, siis kolmnurga ALK ümbermõõt on tõepoolest $2p$.
11. Olgu punktid K, L, M ja N nelinurga $ABCD$ külgede keskpunktid. Lõigud KL ja NM kui kolmnurkade ABC ja ACD kesklõigud on paralleelsed nende kolmnurkade ühise alusega AC ja võrdsed poolega sellest alusest. Ent nelinurk, mille üks paar vastasküIgi on paralleelsed ja võrdsed, on rööpkülik.
12. Võtame lõigul AM punkti P nii, et $AP = CM$. Et $AB = CB$, $AP = CM$ ja $\angle PAB = \angle MCB$ (kui kaarele MB toetuvad piirdenurgad), siis $\triangle PAB = \triangle MCB$. Järelikult $BP = BM$. Seega $\triangle PBM$ on võrdhaarne. Selles Kolmnurgas $= \angle PMB = 60°$ ($\angle PMB$ on kaarele AB toetuv piirdenurk; samale kaarele toetuv kesknurk on $120°$). Siis ka $\angle MPB = 60°$, $\angle PBM = 60°$, $\angle PBM = 60°$ ning $\triangle BPM$ on võrdkülgne. Seetõttu $BP = BM$ ning $AM = AP + PM = CM + BM$.
13. Paaritu arvu ruut on $(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 4n(n + 1) + 1$, milles esimene liidetav jagub kaheksaga.
14. Olgu antud arvu esimene number x, teine $—y$ ja kolmas $—z$. Selleks arvuks on $100000x + 10000y + 1000z + 100x + 10y + z = 100100x\ 10010y + 1001z = 7 \cdot 11 \cdot 13(100x + 10y + z)$.
15. $a(b + c)^2 + b(c + a)^2 + c(a + b)^2 - 4abc = ab^2 + ac^2 + bc^2 + ba^2 + c(a + b)^2 = ab(a + b) + c^2(a + b) + c(a + b)^2 = (a + b) \cdot (ab + c^2 + ca + cb) = (a + b)(b + c)(c + a)$.
16. Ühise nimetajaga läbikorrutamise ning sarnaste liikmete koondamise järel võtab võrrand kuju

$$3a(b - 3a)y = 7ab(b - a).$$

Sellest kujust järeldub:
1) kui $a = 0$, siis võrrand taandub samasuseks;
2) kui $b = 3a$, siis võrrandil lahendeid pole;
3) kui $a = 0$ ja $b = 3a$, siis võrrandi lahend on $y = \dfrac{7b(b - a)}{3(b - 3a)}$.
17. Esitades võrrandi kujul $m(m - 1)x = 2(m - 1)$, näeme, et võrrandil on üksainus lahend, kui $m \neq 0$ ja $m \neq 1$.
18. Korrutades võrrandi läbi ühise nimetajaga $6cd(2c + 3d)(2c - 3d)$ ja teostades vajalikud lihtsustused, saame

$$z = \frac{8c^2 + 27d^2}{c(4c^2 - 9d^2)}.$$

19. Olgu antud arvus x sajalist ja y kümnelist, s. o. olgu antud arv $100x + 10y + 3$. Ülesande tingimuse kohaselt

$$3(100x + 10y + 3) + 1 = 300 + 10x + y.$$

Siit saame võrrandi

$$10x + y = 10,$$

mille lahendiks on $x = 1$, $y = 0$. Seega otsitav arv on 103.
20. Otsitav arv on kujuga $1000x + 100(y + 1) + 10x + y = A^2$. Siit $1010x + 101y = A^2 - 100$, $101(10x + y) = (A - 10)(A + 10)$.
Et A on kahekohaline arv, siis peab $A + 10 = 101$, $A = 91$. Järelikult otsitav arv on $91^2 = 8281$.

SISUKORD

Математика и современность XXI. Вспомогательные материалы для преподающих и изучающих математику. На эстонском языке. Тартуский государственный университет. ЭССР, г. Тарту, ул. Юликооли, 18. Vastutav toimetaja A. Tauts. Korrektor V. Lang. Ladumisele antud 13. XI 1975. Trükkimisele antud 11. XI 1977. Trükipaber N 2 60×90 1/16. Trükipoognaid 6,5 + 1 kleebis. Arvestuspoognaid 8,61. Trükiarv 1500. MB 08428. Tell nr. 6011. H. Heidemanni nim. Trükikoda, ENSV, Tartu, Ülikooli tn. 17/19. II
Hind 1 rbl. 30 kop.