

McAlisteri P-teoreem inverssete poolrühmade kohta

Bakalaureusetöö teema (juhendaja Valdis Laan)

16. september 2022. a.

Referatiivse töö eesmärgiks on esitada McAlisteri P-teoreemi tõestus. See on üks oluline teoreem poolrühmateoorias, mida mitmed matemaatikud on hiljem üldistanud, kuid mille esimesena tõestas ameerika poolrühmateoreetik Donald B. McAlister.

Poolrühma S nimetatakse inversseks, kui iga $s \in S$ jaoks leidub üheselt määratud element $x \in S$ nii, et $s = sxs$ ja $x = xsx$. Öeldakse, et inversne poolrühm on 'proper', kui

$$(\forall a, e \in S)(ea = e = e^2 \implies a = a^2).$$

Olgu X järjestatud hulk, $Y \subseteq X$ alamhulk, mis on poolvõre, ja olgu G rühm, mis toimib hulgal X järjestusautomorfismide abil. Hulk

$$P(G, X, Y) := \{(A, g) \in Y \times G \mid A \wedge gB, g^{-1}(A \wedge B) \in Y \text{ iga } B \in Y \text{ korral}\}$$

on poolrühm korrutamise

$$(A, g)(B, h) := (A \wedge gB, gh)$$

suhtes. Sellist poolrühma nimetatakse *P-poolrühmaks*.

McAlisteri P-teoreem. *$P(G, X, Y)$ on 'proper' inversne poolrühm. Iga 'proper' inversne poolrühm on isomorfne mingi poolrühmaga $P(G, X, Y)$ sobivate G, X, Y korral, kus Y on X ideaal.*

Valdkond: algebra, poolrühmateooria.

Märksõnad: inversne poolrühm, poolvõre, rühm, rühma toime, idempotent, järjestusseos.

Viited

- [1] D.B. McAlister, Groups, semilattices and inverse semigroups. I, II. Trans. Amer. Math. Soc. 192 (1974), 227–244; *ibid.* 196 (1974), 351–370.
- [2] B.M. Schein, A new proof for the McAlister “P-theorem”. Semigroup Forum 10 (1975), no. 2, 185–188.