

Absoluutselt lamedad poolrühmad

Bakalaureusetöö teema (juhendaja Valdis Laan)

16. september 2022. a.

Olgu S monoid. Hulka A nimetatakse *vasakpoolseks polügooniks* üle monoidi S , kui on defineeritud kujutus

$$S \times A \rightarrow A, (s, a) \mapsto sa$$

nii, et

1. iga $a \in A$ ja $s, t \in S$ korral $(st)a = s(ta)$,
2. iga $a \in A$ korral $1a = a$.

Sellist polügooni tähistatakse ${}_S A$. Parempoolsed S -polügoonid defineeritakse duaalselt. Kui B_S on parempoolne S -polügoon ja ${}_S A$ vasakpoolne S -polügoon, siis saab moodustada nende tensorkorrutise $B \otimes_S A$, mis on otsekorrutise $B \times A$ teatav faktorhulk.

Monoidi S nimetatakse *vasakult absoluutselt lamedaks*, kui kõik vasakpoolsed S -polügoonid on lamedad, s.t. iga vasakpoolse S -polügooni ${}_S A$ korral tensorkorrutamise funktor

$$- \otimes_S A : \mathbf{Act}_S \rightarrow \mathbf{Set}$$

säilitab monomorfisme. Siin \mathbf{Act}_S on kõigi parempoolsete S -polügoonide kategooria ja \mathbf{Set} on kõigi hulkade kategooria. Vasakult absoluutselt lamedaid monoide uuris esimesena Tartu Ülikooli emeriitprofessor Mati Kilp. Lisaks temale on neid mitmetes artiklites uurinud veel mitmed matemaatikud, muuhulgas Vladimir Fleischer, Sydney Bulman-Fleming ja Kenneth McDowell.

Üks olulisemaid tulemusi selles valdkonnas on teoreem, mille kohaselt iga inversne poolrühm on vasakult absoluutselt lame. Poolrühma S nimetatakse inversseks, kui iga $s \in S$ jaoks leidub üheselt määratud element $x \in S$ nii, et $s = sxs$ ja $x = xsx$. Selle teoreemi tõestas esimesena Fleischer [2] ja temast sõltumatult Bulman-Fleming ja McDowell [1].

Bakalaureusetöös võiks esitada selle teoreemi üksikasjaliku tõestuse tuginedes artiklile [1] või [2]. Võimaluse korral võiks proovida artikli tõestust lihtsustada.

Selle teema puhul võib proovida ka tõestada **uusi tulemusi**. Näiteks võib proovida defineerida absoluutse lameduse poolrühmade jaoks ja üldistada eespoolmainitud teoreemi poolrühmade juhule.

Valdkond: algebra, poolrühmateooria.

Märksõnad: monoid, poolrühm, polügoon, kategooria, funktor, monomorfism, absoluutne lamedus, inversne poolrühm.

Viited

- [1] S. Bulman-Fleming, K. McDowell, Absolutely flat semigroups. Pacific J. Math. 107 (1983), no. 2, 319–333.
- [2] V. Fleischer, Completely flat monoids. (Vene keeles) Tartu Riikl. Ül. Toimetised No. 610 (1982), 38–52.
- [3] M. Kilp, Flat polygons. Tartu Riikl. Ül. Toimetised Vih. 253 (1970) 66–72.