

Arvuteooria 8. praktikum
Kevad 2003

1. Tõestada, et kui $a \in \mathbb{Q}$, siis hulk

$$\underline{a} = \{b \in \mathbb{Q} \mid a < b\}$$

määrab ära Dedekindi lõike (täpsemalt: on Dedekindi lõike parempoolne hulk).

2. Olgu $F(\mathbb{Q})$ kõigi ratsionaalarvuliste Cauchy jadade hulk. Defineerime hulgal $F(\mathbb{Q})$ seose \sim järgmiselt:

$$(a_i) \sim (b_i) \iff (a_i - b_i) \text{ on nulljada .}$$

Tõestada, et \sim on ekvivalentsiseos.

3. Tõestada, et kui $\| \cdot \|$ on norm korpusel K , siis $\|\mathbf{1}\| = \|-\mathbf{1}\| = 1$ ($\mathbf{1}$ tähistab korpuse K ühikelementi).

4. Tõestada, et kui $\| \cdot \|$ on mittearhimeediline norm korpusel K , siis iga täisarvu m korral $\|m\mathbf{1}\| \leq 1$.

5. Tõestada, et kui $\| \cdot \|$ on selline norm korpusel K , et $\|m\mathbf{1}\| \leq 1$ iga täisarvu m korral, siis $\| \cdot \|$ on mittearhimeediline norm.

6. Leida $|a - b|_p$, s.t. p -aadiline kaugus a ja b vahel, kui

1. $a = 1, b = \frac{1}{625}, p = 5$;

2. $a = 49!, b = 0, p = 7$.

7*. Tõestada, et hulk

$$\{a \in \mathbb{Q} \mid a > 0, a^2 > 2\}$$

määrab ära Dedekindi lõike ning et see lõige ei ole ratsionaalne.