

1. (15p) Olgu p ja q sellised erinevad paaritud algarvud, et $p - 1 \mid q - 1$. Tõestage, et kui $(a, pq) = 1$, siis $a^{q-1} \equiv 1 \pmod{pq}$.
2. (15p) Tõestage Gaussi teoreem Euleri φ -funktsiooni kohta.
3. (15p) Lahendage kongruents

$$x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x + 6 \equiv 0 \pmod{125}.$$

4. (15p) Algjuure definitsioon. Olgu r on algjuur mooduli p järgi, kus p on algarv. Tõestage, et kui $p \equiv 3 \pmod{4}$, siis $\overline{-r}$ järk rühmas $U(\mathbb{Z}_p)$ on $\frac{p-1}{2}$.
5. (15p) Korpuse ühejuure ja primitiivse ühejuure definitsioon. Tõestage, et kui $n \geq 2$ on naturaalarv, siis korpuses F_q leidub primitiivne n . astme ühejuur parajasti siis, kui $n \mid q - 1$.
6. (15p) Arvutage Legendre'i sümboli

$$\left(\frac{265}{353} \right)$$

väärtus.

7. (10p) Reaalrvude hulga konstrueerimine Weierstrassi meetodil.